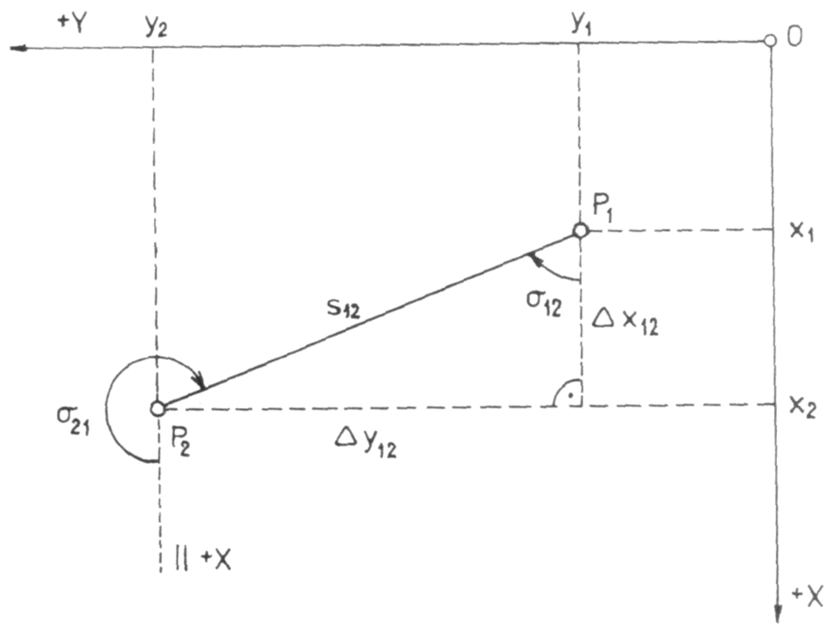
3. Souřadnicové výpočty

3.1 Délka.
3.2 Směrník.
3.3 Polární metoda.
3.4 Protínání vpřed z úhlů.
3.5 Protínání vpřed z délek.
3.6 Polygonové pořady.
3.7 Protínání zpět.
3.8 Transformace souřadnic.
3.9 Volné stanovisko.

3. Souřadnicové výpočty.

Podkladem pro polohové měření jsou body polohového bodového pole. Poloha těchto bodů je dána pravoúhlými rovinnými souřadnicemi **Y,X** v daném souřadnicovém systému. V tomtéž systému se udává poloha nově určovaných bodů.
Výpočty se odehrávají v rovině, přímo měřené hodnoty je nutno redukovat z nadmořské výšky a kartografického zobrazení !



Souřadnicové rozdíly :

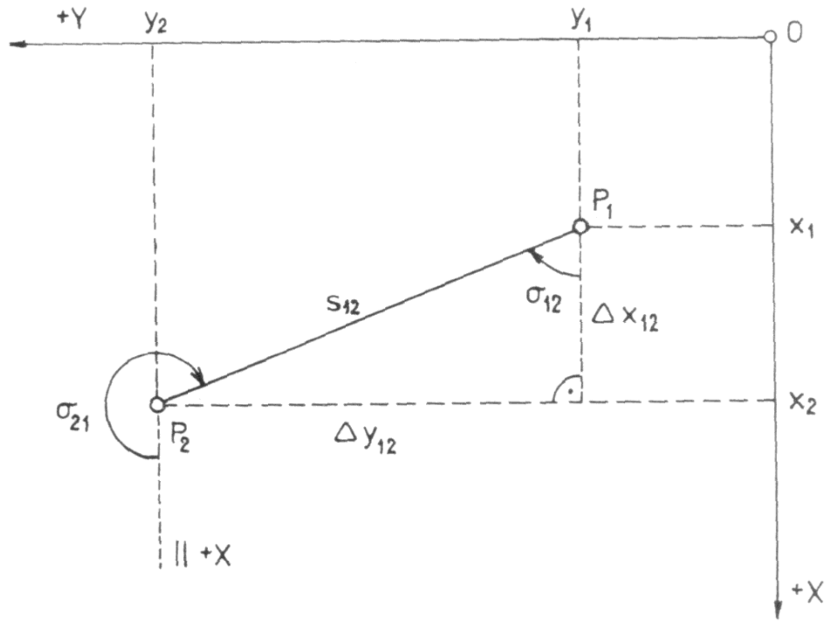
$$\Delta x_{12} = x_2 - x_1 ,$$
$$\Delta y_{12} = y_2 - y_1 ,$$

$$\Delta x_{21} = x_1 - x_2 ,$$
$$\Delta y_{21} = y_1 - y_2 .$$

3.1 Délka.

Vzdálenost dvou bodů, platí $s_{12} = s_{21}$.
Znaménko je vždy kladné.

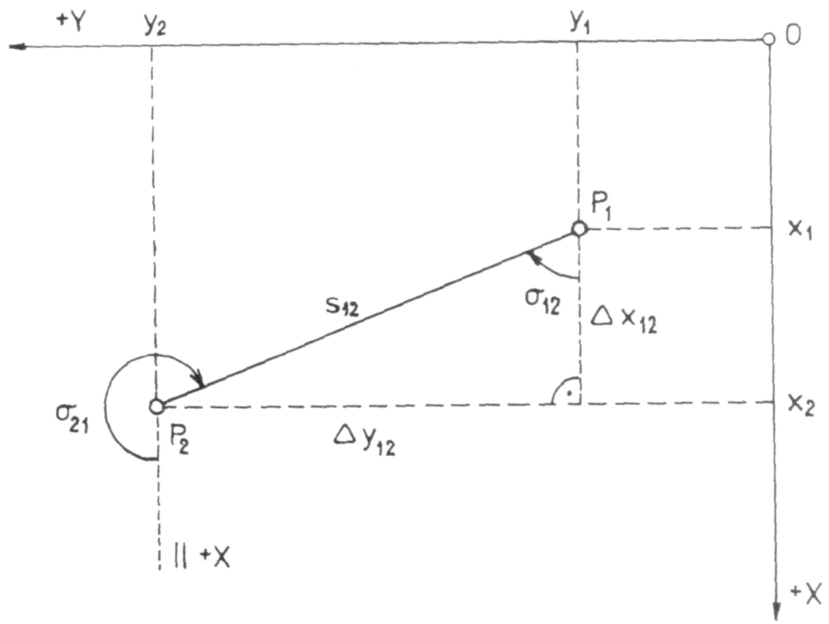
$$s_{12} = \sqrt{\Delta x_{12}^2 + \Delta y_{12}^2}$$



Z pravoúhlého trojúhelníku lze odvodit další možnosti výpočtu s.

3.2 Směrník.

Směrník je orientovaný úhel, který svírá spojnice dvou bodů s rovnoběžkou s kladnou osou X souřadnicové soustavy.



Z obrázku vyplývá :

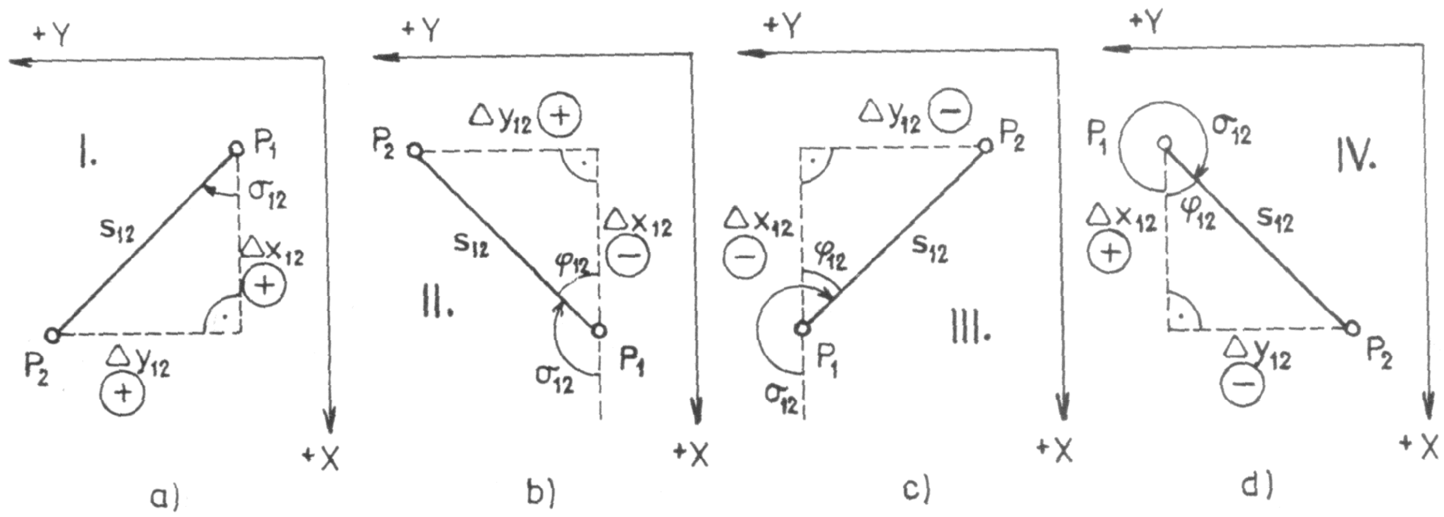
$$\sigma_{12} = 200^g + \sigma_{21}$$

$$tg\ \varphi_{12} = \frac{|\Delta y_{12}|}{|\Delta x_{12}|}$$

Tabulkový úhel φ je třeba přepočítat do správného kvadrantu.

3.2 Směrník.

Kvadranty



	I.	II.	III.	IV.
Δy_{12}	+	+	-	-
Δx_{12}	+	-	-	+
$\sigma_{12} =$	φ_{12}	$200^{g} - \varphi_{12}$	$200^{g} + \varphi_{12}$	$400^{g} - \varphi_{12}$

3.2 Směrník.

Tento postup výpočtu byl vytvořen pro výpočty z tabulek goniom. funkcí, kde byly hodnoty tabelovány pouze pro kladné argumenty. Při použití kalkulačky je možný jednodušší výpočet, neboť funkce *arctan(x)* je jednoznačná v rozsahu (-100 gon, 100 gon). Pomocný úhel φ:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\Delta Y_{1,2}}{\Delta X_{1,2}}\right)$$

Směrník se pak v případě, že $\Delta X_{1,2} < 0$ vypočítá takto:

$$\sigma_{1,2} = \varphi + 200\ gon,$$

V opačném případě, kdy $\Delta X_{1,2} > 0$, platí:

$$\sigma_{1,2} = \varphi\ ,$$

Výsledek výpočtu je stejný jako u předchozího postupu.
Pro oba postupy platí, že je-li jeden souřadnicový rozdíl roven nule, lze hodnotu směrníku odvodit pouze na základě znalosti znaménka druhého souřadnicového rozdílu. Pokud $\Delta X = 0$, pak má směrník hodnotu 100 gon pro $\Delta Y > 0$ a 300 gon pro $\Delta Y < 0$. Pokud $\Delta Y = 0$, pak má směrník hodnotu 0 gon pro $\Delta X > 0$ a 200 gon pro $\Delta X < 0$.
Jsou-li oba souřadnicové rozdíly rovny nule, směrník nelze vypočítat – poloha obou bodů je v rovině XY totožná.

3.3 Polární metoda.

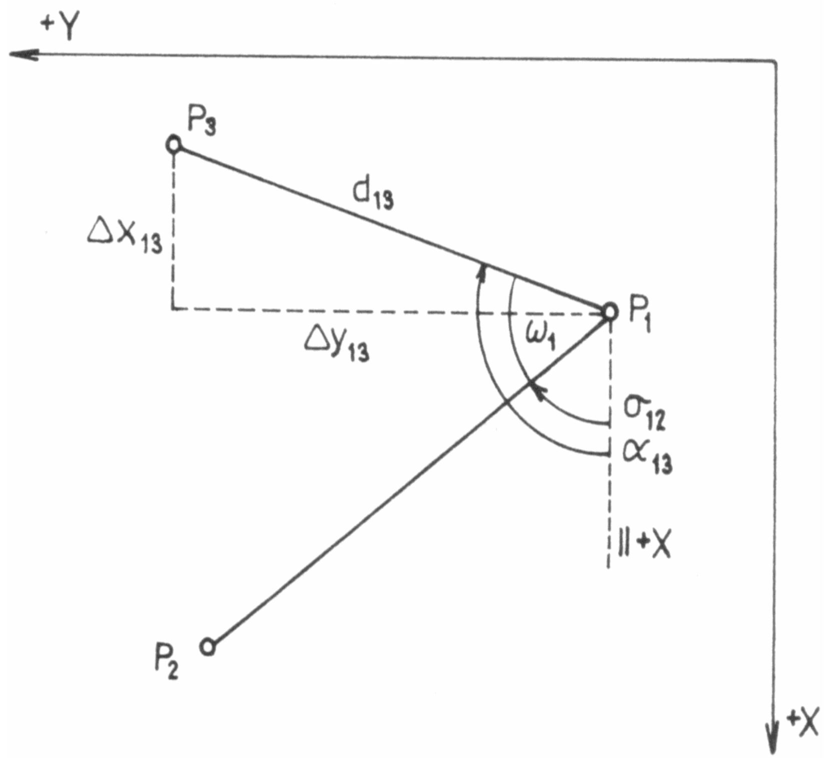
Slouží k výpočtu souřadnic bodu P_3, je-li měřeno :
měřená délka strany d_{13} , vodorovný úhel ω.
Známo : Y,X bodů P_1 a P_2.

Postup výpočtu:

$$\alpha_{13} = \sigma_{12} + \omega,$$

$$\Delta y_{13} = d_{13} \,.\, \sin \alpha_{13},$$
$$\Delta x_{13} = d_{13} \,.\, \cos \alpha_{13},$$

$$y_3 = y_1 + \Delta y_{13},$$
$$x_3 = x_1 + \Delta x_{13}.$$

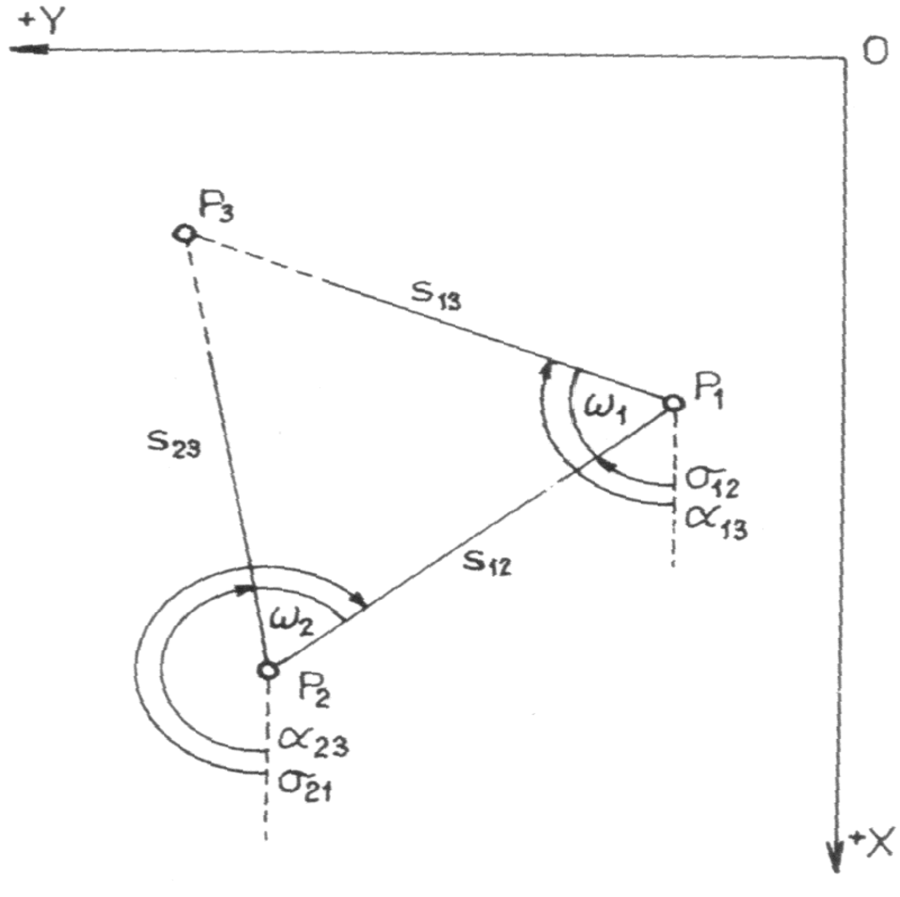


3.4 Protínání vpřed z úhlů.

Slouží k výpočtu souřadnic bodu P_3, je-li měřeno :
vodorovné úhly ω_1, ω_2.
Známo : Y,X bodů P_1 a P_2.

$$s_{13} = s_{12} \cdot \frac{\sin(\omega_2)}{\sin(\omega_1 + \omega_2)}$$

$$s_{23} = s_{12} \cdot \frac{\sin(\omega_1)}{\sin(\omega_1 + \omega_2)}$$

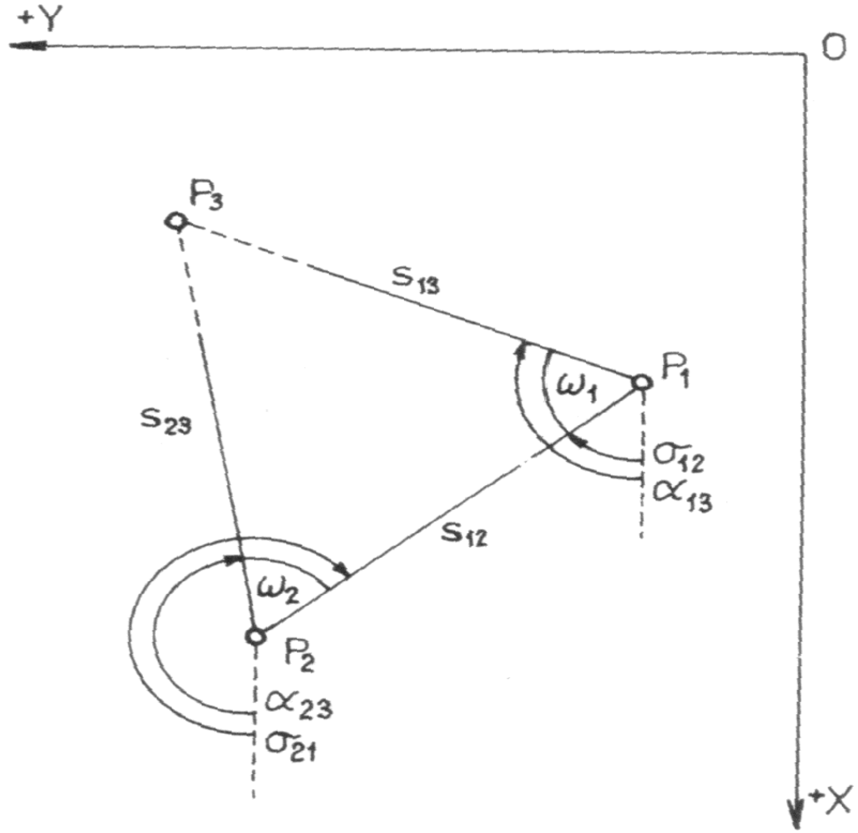


Dále polární metoda,
pro kontrolu se bod P_3 počítá z obou stanovisek.
(P_1: s_{13},ω_1; P_2 : s_{23},ω_2).

3.5 Protínání vpřed z délek.

Slouží k výpočtu souřadnic bodu (P_3), je-li měřeno :
vodorovné délky s_{13}, s_{23}.
Známo : Y,X bodů P_1 a P_2.

$$\cos(\omega_1) = \frac{s_{13}^2 + s_{12}^2 - s_{23}^2}{2 \cdot s_{13} \cdot s_{12}}$$



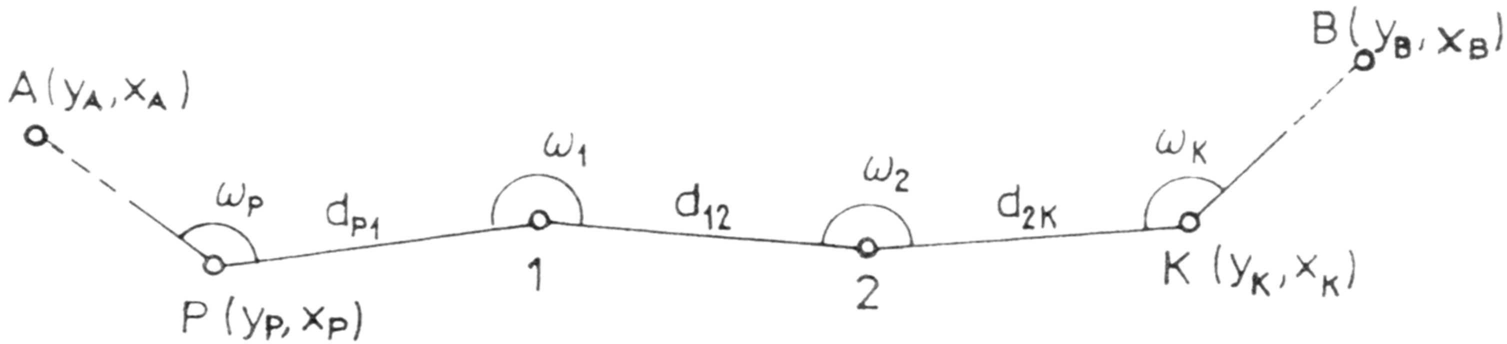
Dále polární metoda,
pro kontrolu lze počítat
z obou stanovisek.

(P_1: s_{13},ω_1; P_2 : s_{23},ω_2).

3.6 Polygonové pořady.

Slouží k současnému určení souřadnic více bodů.
Měří se délky všech stran a levostranné vrcholové úhly na všech polygonových bodech.
<u>Rozdělení :</u>
Jednostranně /oboustranně připojený /nepřipojený,
Orientovaný /neorientovaný.

Vetknutý (oboustranně připojený, neorientovaný).
Uzavřený (začíná a končí na stejném bodě).
Volný (jednostranně připojený a orientovaný).



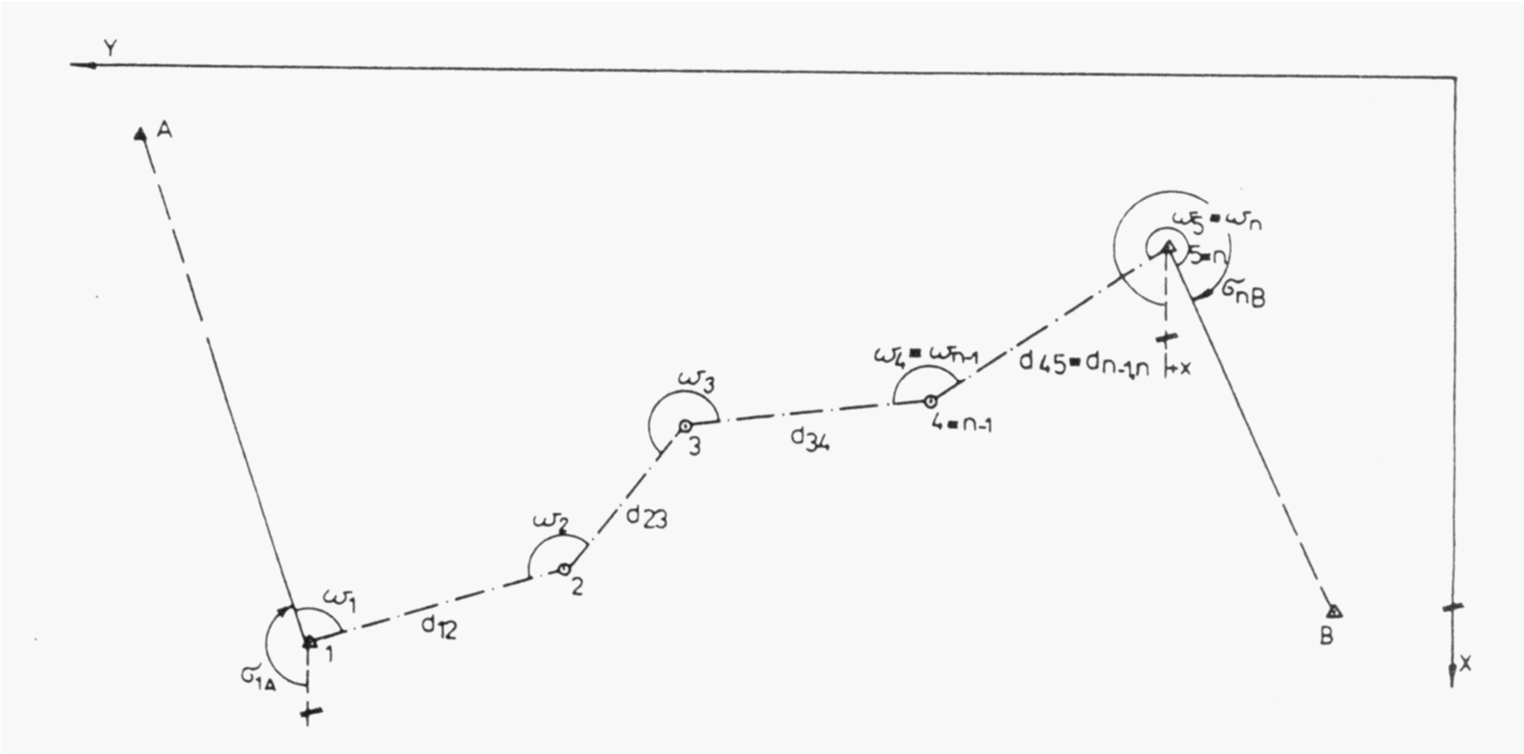
3.6 Polygonové pořady.

<u>Oboustranně připojený a orientovaný.</u>

Známo : Y,X bodů A, B, 1, n.

Měřeno : ω_1, ω_2 … ω_n; d_{12}, d_{23} … $d_{n-1,n}$.

Určuje se : Y,X bodů 2, 3 … n-1.



3.6 Polygonové pořady.

Přibližný výpočet souřadnic s odděleným vyrovnáním uhlů a souřadnicových rozdílů.

<u>Postup výpočtu :</u>

1. Výpočet směrníků na orientační body.
2. Úhlové vyrovnání.
3. Výpočet směrníků v polygonu.
4. Výpočet souřadnicových rozdílů.
5. Souřadnicové uzávěry.
6. Výpočet opravených souřadnicových rozdílů.
7. Výpočet souřadnic polygonových bodů.

3.6 Polygonové pořady.

<u>1. Výpočet směrníků na orientační body</u>

σ_{1A}, σ_{nB}.

<u>2. Úhlové vyrovnání</u>

Úhlový uzávěr :

$$O_\omega = \sigma_{nB} - \left(\sigma_{1A} + \sum_i \omega_i - (n - 1) \cdot 200^g \right)$$

Nesmí překročit mezní hodnotu $O_\omega \leq u_{M\,\omega}$

$$u_{M\,\omega} = 0{,}01^g \sqrt{n+3}$$, n – počet bodů pořadu.

Rozdělení úhlové odchylky se provádí vždy úměrně počtu vrcholů:

$$\delta_\omega = \frac{O_\omega}{n} \qquad \omega_i' = \omega_i + \delta_\omega$$

3.6 Polygonové pořady.

3. Výpočet směrníků v polygonu :

$$\alpha_{12} = \sigma_{1A} + \omega'_{1},$$
$$\alpha_{23} = \alpha_{12} + \omega'_{2} \pm 200^{g},$$
$$\alpha_{n-1,n} = \alpha_{n-2,n-1} + \omega'_{n-1} \pm 200^{g},$$
$$\alpha_{nB} = \alpha_{n-1,n} + \omega'_{n} \pm 200^{g} = \sigma_{nB}.$$

Kontrola !

4. Výpočet souřadnicových rozdílů

$$\Delta y_{12} = d_{12}.\sin \alpha_{12}, \qquad \Delta x_{12} = d_{12}.\cos \alpha_{12},$$

…

$$\Delta y_{n-1,n} = d_{n-1,n}.\sin \alpha_{n-1,n}, \qquad \Delta x_{n-1,n} = d_{n-1,n}.\cos \alpha_{n-1,n}.$$

3.6 Polygonové pořady.

5. Souřadnicové uzávěry :

Souřadnicové uzávěry :

$$O_y = \Delta y_{1n} - \sum_i \Delta y_i ,$$

$$O_x = \Delta x_{1n} - \sum_i \Delta x_i .$$

Polohový uzávěr :

$$O_p = \sqrt{O_x^2 + O_y^2} .$$

$$u_{M_p} = 0{,}01 \cdot \sqrt{\sum_i d_i} + 0{,}10;$$

$$O_p \leq u_{M\ p} .$$

3.6 Polygonové pořady.

<u>6. Výpočet opravených souřadnicových rozdílů :</u>
(úměrně souřadnicovým rozdílům)

$$\delta_{\Delta y_i} = \frac{O_y}{\sum|\Delta y|} \cdot \left| \Delta y_i \right|, \quad \delta_{\Delta x_i} = \frac{O_x}{\sum|\Delta x|} \cdot \left| \Delta x_i \right|.$$

Opravené souřadnicové rozdíly :

$$\Delta y'_i = \Delta y_i + \delta_{\Delta y_i}, \qquad \Delta x'_i = \Delta x_i + \delta_{\Delta x_i}.$$

Kontrola !

$$\sum_i \Delta y_i' = \Delta y_{1n} \qquad \sum_i \Delta x_i' = \Delta x_{1n}$$

3.6 Polygonové pořady.

7. Výpočet souřadnic

$y_1 = \text{dáno},$ $\quad$ $x_1 = \text{dáno},$

$y_2 = y_1 + \Delta y'_{12},$ $\quad$ $x_2 = x_1 + \Delta x'_{12},$

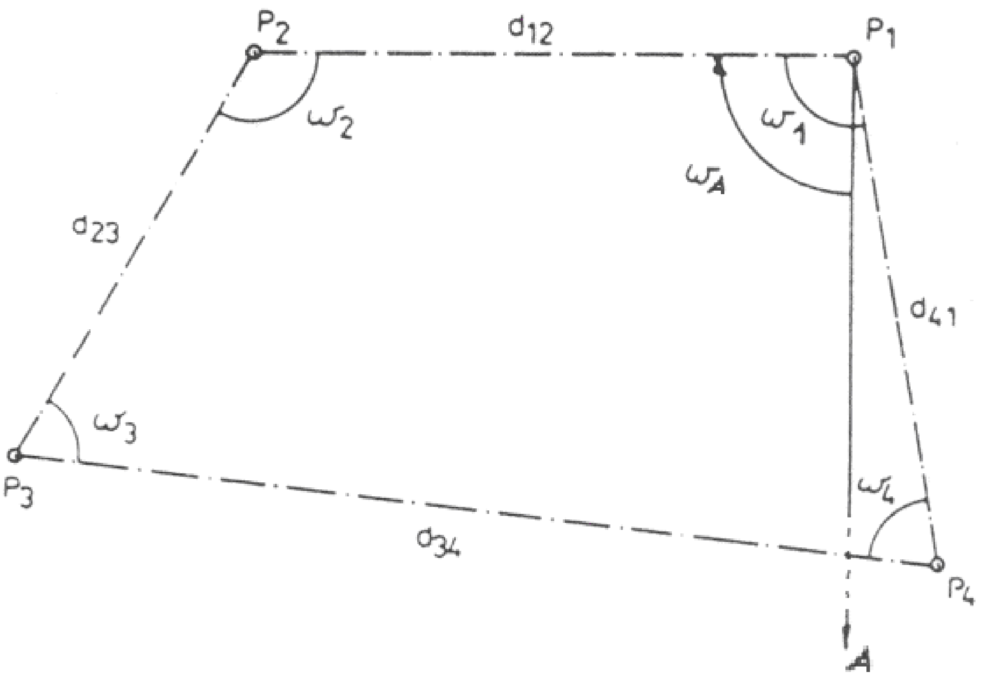
…

$y_n = y_{n-1} + \Delta y'_{n-1,n},$ $\quad$ $x_n = x_{n-1} + \Delta x'_{n-1,n}.$

Kontrola !

3.6 Polygonové pořady.

<u>Uzavřený polygonový pořad :</u>
Známo : Y,X bodů A (orientace), P_1.
Měřeno : ω_1, ω_2 … ω_n; d_{12}, d_{23} … $d_{n-1,n}$.
Určuje se : Y,X bodů 2, 3 … n-1.



Úhlový uzávěr :
pro vnitřní úhly

$$O_\omega = (n-2)\cdot 200 - \sum \omega_i$$

pro vnější úhly

$$O_\omega = (n+2)\cdot 200 - \sum \omega_i$$

Musí platit :
$\Sigma\Delta x = \Sigma\Delta y = 0$.
Výpočet podle dříve popsaného postupu.

3.6 Polygonové pořady.

<u>Uzavřený polygonový pořad (lokální soustava):</u>

Voleno : Y,X např. bodu P_1, souřadnicový systém.

Měřeno : ω_1, ω_2 … ω_n; d_{12}, d_{23} … $d_{n-1,n}$.

Určuje se : Y,X bodů 2, 3 … n-1.

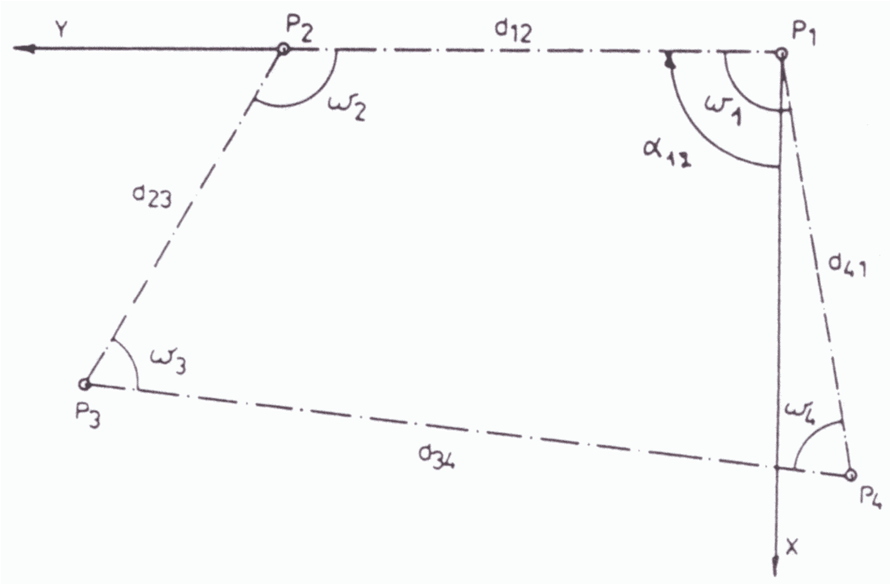
Úhlový uzávěr :

pro vnitřní úhly

$$O_\omega = (n-2)\cdot 200 - \sum \omega_i$$

pro vnější úhly

$$O_\omega = (n+2)\cdot 200 - \sum \omega_i$$



Musí platit :

$\Sigma\Delta x = \Sigma\Delta y = 0$.

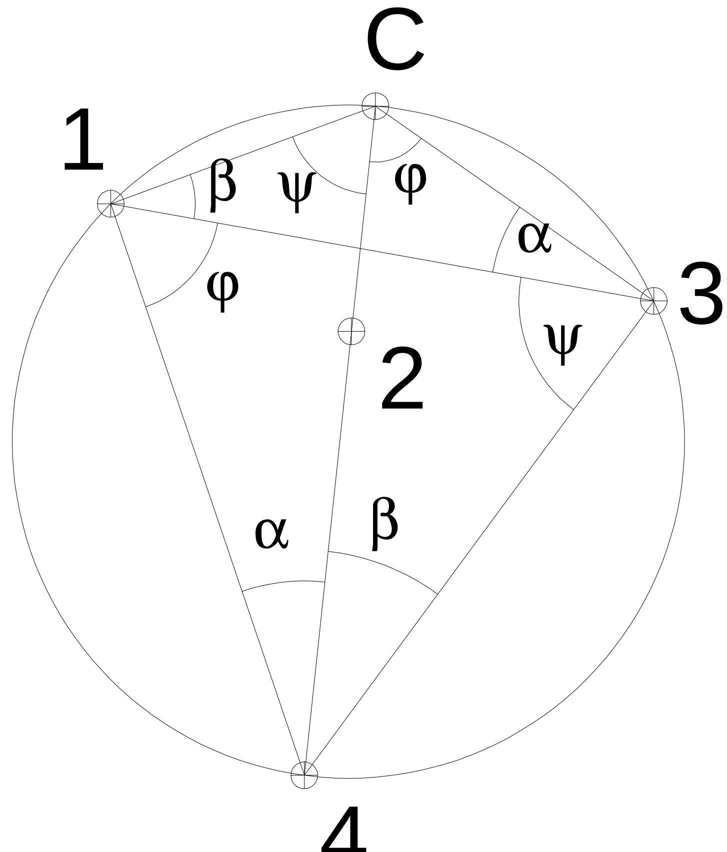
Výpočet podle dříve popsaného postupu.

3.7 Protínání zpět z úhlů.

Slouží k výpočtu souřadnic bodu (P_4), je-li na určovaném bodě měřeno :
vodorovné úhly α, β.
Je známo : Y,X bodů P_1, P_2 , P_3.

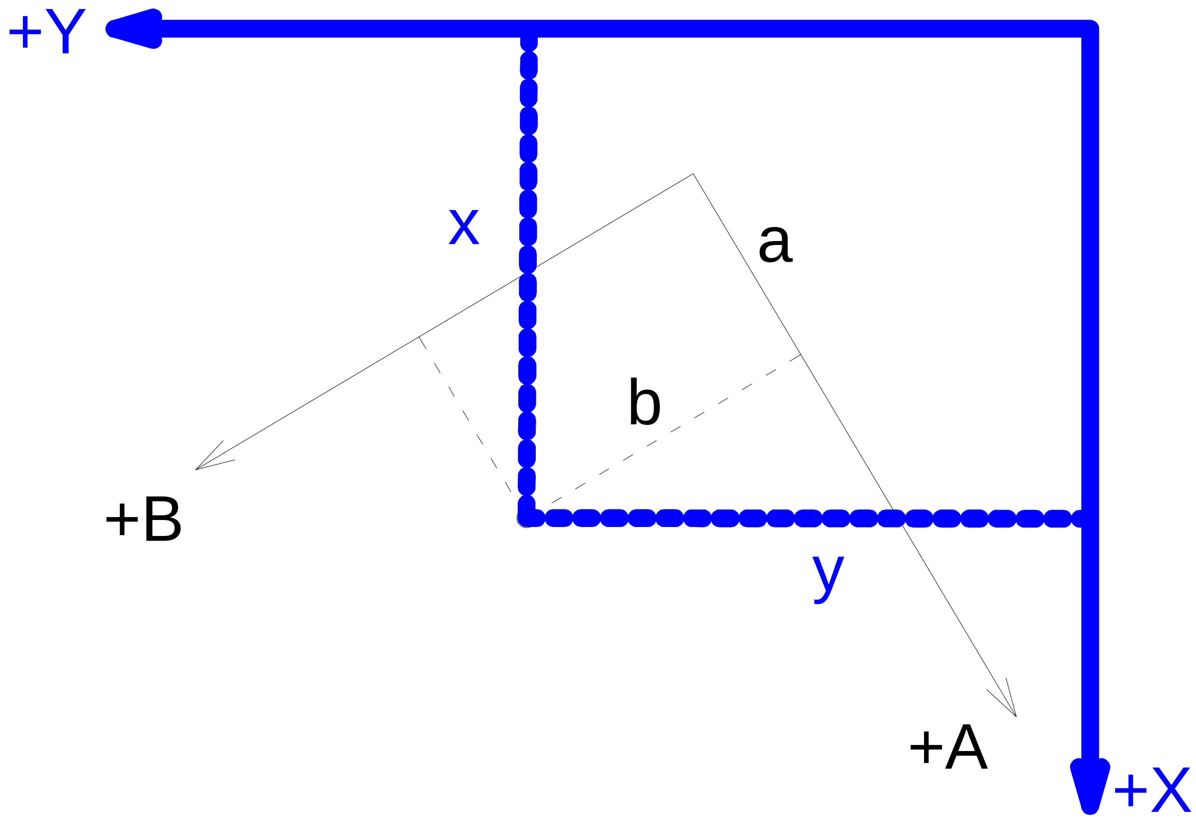
Dvojí protínání z úhlů –
- Úhly nad tětivou jsou totožné.

1. Souřadnice Collinsova bodu C protínáním z úhlů z 1, 3 (α,β).
2. Výpočet úhlů u bodu C (ze směrníků na body 1, 2, 3.
3. Souřadnice bodu 4 protínáním z úhlů z A,C (φ, ψ).

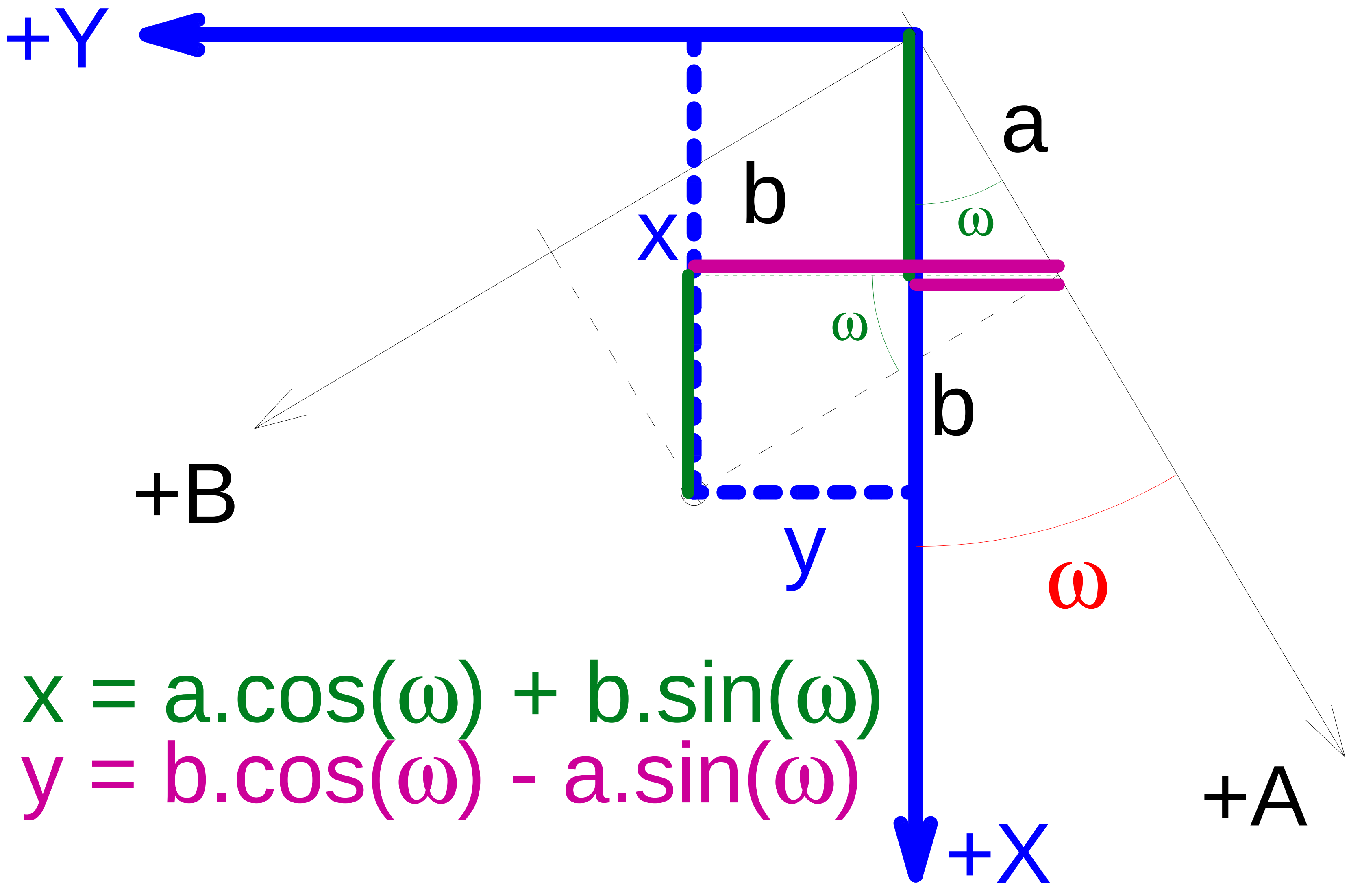


3.8 Transformace souřadnic (lineární).

Posunutí + otočení + (změna měřítka)

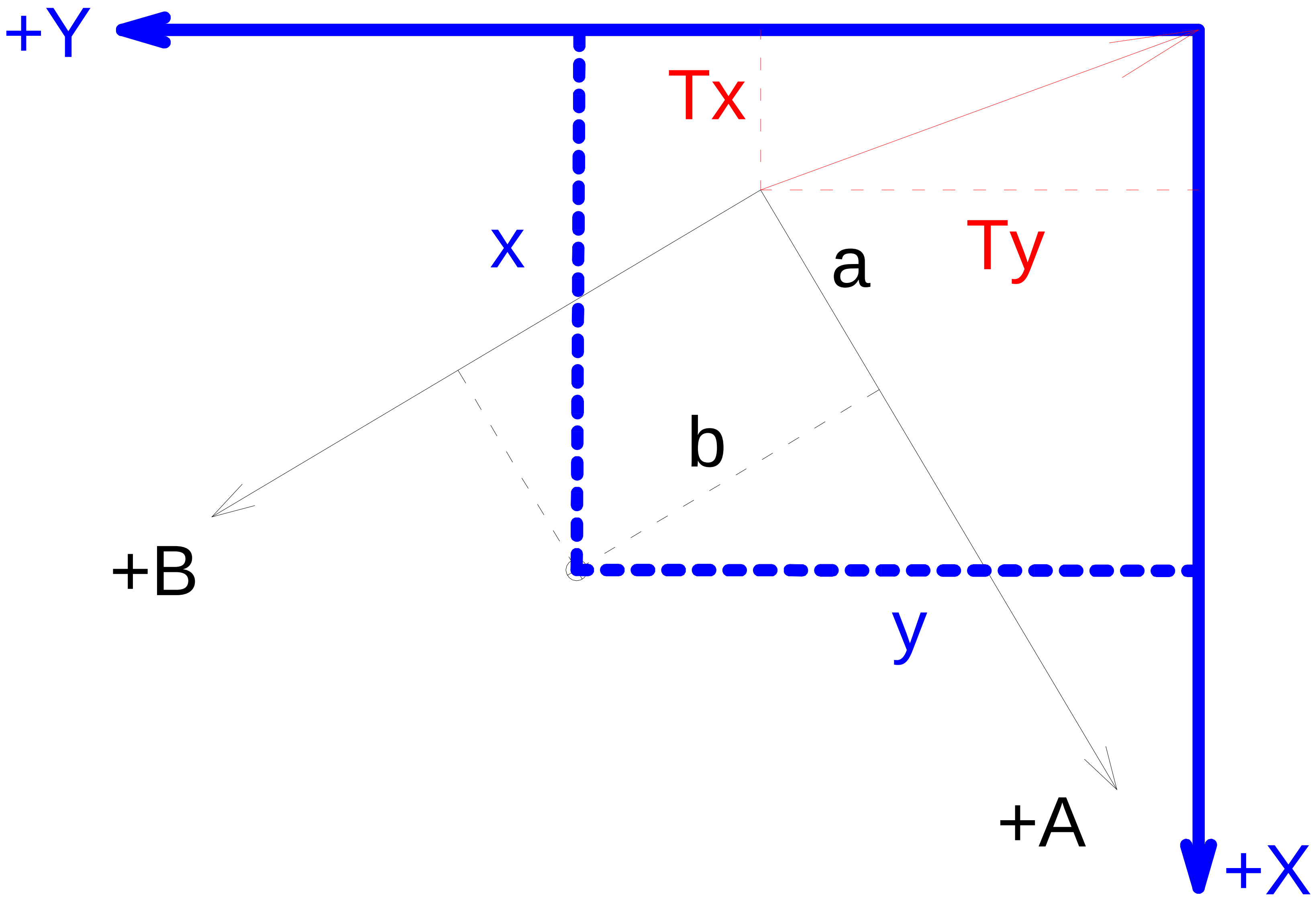


3.8 Transformace souřadnic - otočení



$$x = a.\cos(\omega) + b.\sin(\omega)$$
$$y = b.\cos(\omega) - a.\sin(\omega)$$

3.8 Transformace souřadnic - posunutí



3.8 Transformace souřadnic – <u>výpočet bez vyrovnání</u>

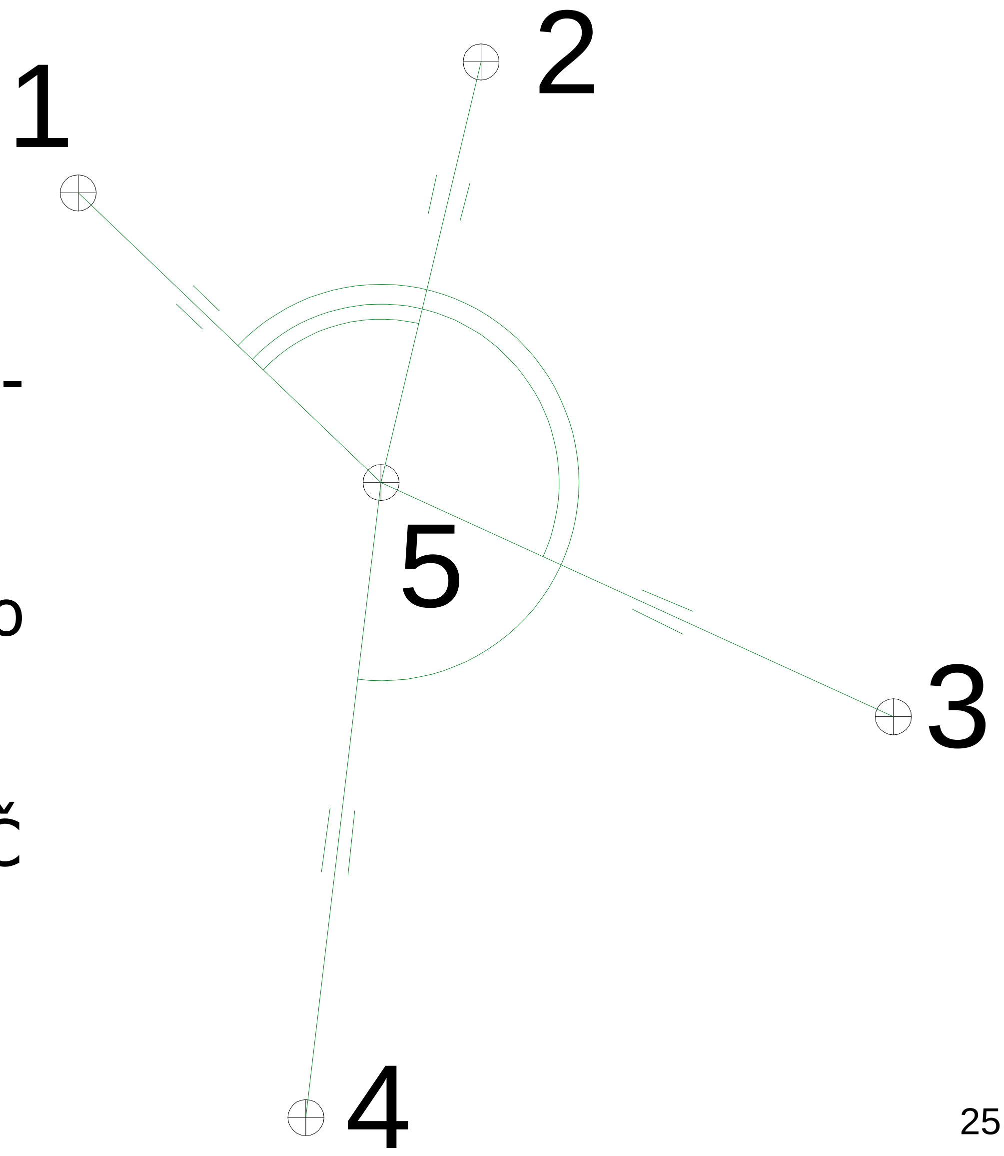
1. Nejméně 2 body ve dvou soustavách (tzv. identické) - $P_1(x_1, y_1; a_1, b_1)$, $P_2(x_2, y_2; a_2, b_2)$; souřadnice dalších bodů $P3(a_3, b_3)$, $P4(a_4, b_4)$, ….
2. Redukce všech bodů o P_1 v obou soustavách ($x_{ir} = x_i - x_1, \ldots; a_{ir} = a_i - a_1, \ldots$).
3. Výpočet směrníků (P_1, P_2) v obou soustavách, jejich rozdíl je úhel otočení ω.
4. Výpočet $x = a_r \,.\, \cos(\omega) + b_r \,.\, \sin(\omega) + T_x$ ($T_x = x_1$, $T_y = y_1$)
5. Výpočet $y = b_r \,.\, \cos(\omega) - a_r \,.\, \sin(\omega) + T_y$

Změna měřítka:

$x = m.(a_r \,.\, \cos(\omega) + b_r \,.\, \sin(\omega)) + T_x$
$y = m.(b_r \,.\, \cos(\omega) - a_r \,.\, \sin(\omega)) + T_y$

(Řešení bez redukce na více identických bodů – MNČ.)

3.9 Volné stanovisko.



Slouží k výpočtu souřadnic stanoviska, je-li zde měřena osnova vodorovných směrů a délek na body o známých souřadnicích.

Řeší se vyrovnáním MNČ (viz. další odborné předměty).

… KONEC …