Výpočet zápisníku

Martin Štroner, 10.2008

Běžně používaný postup měření osnovy vodorovných směrů ve skupinách je velmi propracovaný a je optimalizován pro optomechanické přístroje se skleněnými kruhy s posunem pomocí pastorku nebo repetiční svory. Změna nastavení počátečního čtení zde slouží k rovnoměrnému rozložení měření po vodorovném kruhu a tím ke snížení chyby z nerovnoměrného dělení. S nástupem elektronických teodolitů a totálních stanic, které toto nastavení umožňují pouze virtuálně (pouze se přičítá konstanta, nedochází k odečítání na jiném místě), je použití změny nastavení počátku a následný výpočet zápisníku s využitím redukovaného průměru nejen neškodným anachronismem, ale také zavedení zbytečné závislosti mezi výsledné vypočítané úhly (nikoli směry, redukcí na počátek je výsledek vypočítaný v zápisníku úhel, nikoli směr).
Je vhodné z hlediska technologie měření dodržet zavedené zvyklosti, ačkoli v mnohých případech již nemají opodstatnění, ale nenastavovat jiné čtení na počátek a zápisník počítat prostým průměrem ze všech skupin. Pokud je požadováno, aby počáteční směr měl hodnotu $0{,}0000^{g}$, redukce se provede až u celkových průměrů, kde má charakter konstanty a nemá vliv na přesnost (dojde jen k pootočení celé osnovy).

Rozbor výpočtu zápisníku s redukcí a bez redukce

Následující rozbor ukazuje hromadění směrodatných odchylek pro výpočet zápisníku klasickým způsobem při měření osnovy čtyř vodorovných směrů ve dvou skupinách. Hodnota ${}^{i}\varphi_j$ je směr v i-té skupině na bod *j* – průměr ze dvou poloh. Výsledný směr je značen bez indexu nahoře φ_j.

Tab. 1 Výpočet zápisníku

Č.b.	1. skupina	2. skupina	1. sk – red.	2. sk – red.	Průměr ze dvou sk.
1	${}^{1}\varphi_1$	${}^{2}\varphi_1$	${}^{1}\varphi_1 - {}^{1}\varphi_1 = 0$	${}^{2}\varphi_1 - {}^{2}\varphi_1 = 0$	0
2	${}^{1}\varphi_2$	${}^{2}\varphi_2$	${}^{1}\varphi_2 - {}^{1}\varphi_1$	${}^{2}\varphi_2 - {}^{2}\varphi_1$	½ $({}^{1}\varphi_2 - {}^{1}\varphi_1 + {}^{2}\varphi_2 - {}^{2}\varphi_1)$
3	${}^{1}\varphi_3$	${}^{3}\varphi_3$	${}^{1}\varphi_3 - {}^{1}\varphi_1$	${}^{2}\varphi_3 - {}^{2}\varphi_1$	½ $({}^{1}\varphi_3 - {}^{1}\varphi_1 + {}^{2}\varphi_3 - {}^{2}\varphi_1)$
4	${}^{1}\varphi_4$	${}^{4}\varphi_4$	${}^{1}\varphi_4 - {}^{1}\varphi_1$	${}^{2}\varphi_4 - {}^{2}\varphi_1$	½ $({}^{1}\varphi_4 - {}^{1}\varphi_1 + {}^{2}\varphi_4 - {}^{2}\varphi_1)$

Derivace pro výpočet směrodatných odchylek ve formě skutečných chyb:

$$\varepsilon_{\varphi 1} = 0, \tag{1}$$

$$\varepsilon_{\varphi 2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\varepsilon_{1\varphi 2} - \varepsilon_{1\varphi 1} + \varepsilon_{2\varphi 2} - \varepsilon_{2\varphi 1}\right), \tag{2}$$

$$\varepsilon_{\varphi 3} = \frac{1}{2} \cdot \left(\varepsilon_{1\varphi 3} - \varepsilon_{1\varphi 1} + \varepsilon_{2\varphi 3} - \varepsilon_{2\varphi 1}\right), \tag{3}$$

$$\varepsilon_{\varphi 4} = \frac{1}{2} \cdot \left(\varepsilon_{1\varphi 4} - \varepsilon_{1\varphi 1} + \varepsilon_{2\varphi 4} - \varepsilon_{2\varphi 1}\right). \tag{4}$$

Měřené směry ${}^{i}\varphi_j$ lze považovat za nezávislé a měřené se stejnou směrodatnou odchylkou $\sigma_\varphi{}^2$ = 1 mgon, kovarianční matice ***M*** proto má tvar:

$$\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} \sigma_\varphi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\varphi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\varphi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_\varphi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_\varphi^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_\varphi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_\varphi^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_\varphi^2 \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Pořadí veličin je ${}^1\varphi_1$, ${}^1\varphi_2$, ${}^1\varphi_3$, ${}^1\varphi_4$, ${}^2\varphi_1$, ${}^2\varphi_2$, ${}^2\varphi_3$, ${}^2\varphi_4$.
Jacobiho matice derivací:

$$\boldsymbol{F^T} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Kovarianční matice $\boldsymbol{S_2}$ výsledných směrů:

$$\boldsymbol{S_2} = \boldsymbol{F^T} \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,5 & 0,5 \\ 0 & 0,5 & 1 & 0,5 \\ 0 & 0,5 & 0,5 & 1 \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Z kovarianční matice je zřejmé, že směrodatná odchylka odpovídá průměru úhlu ve dvou skupinách a kovariance mezi jednotlivými výslednými úhly jsou vysoké, odpovídají korelačnímu koeficientu *r* = 0,5.

$$r = \frac{S(i,j)}{\sqrt{S(i,i) \cdot S(j,j)}}. \tag{8}$$

Totéž lze snadno vypočítat pro tři skupiny, čtyři skupiny atd.

$$\boldsymbol{S_3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,67 & 0,33 & 0,33 \\ 0 & 0,33 & 0,67 & 0,33 \\ 0 & 0,33 & 0,33 & 0,67 \end{pmatrix}. \tag{9}$$

$$\boldsymbol{S_4} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0,25 & 0,25 \\ 0 & 0,25 & 0,5 & 0,25 \\ 0 & 0,25 & 0,25 & 0,5 \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Korelační koeficient je ve všech případech stejný, polovina vlivu působícího chyby je společná.
V případě prostého průměrování výsledků skupin má kovarianční matice měření ***M*** stejný tvar, postup odvození je obdobný, jen jednodušší. Jacobiho matice ***F*** má pro dvě skupiny tvar:

$$\boldsymbol{F^T} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}. \tag{11}$$

Kovarianční matice $\boldsymbol{S_2}$ výsledných směrů:

$$\boldsymbol{S_2} = \boldsymbol{F^T} \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}5 \end{pmatrix}, \tag{12}$$

$$\boldsymbol{S_3} = \begin{pmatrix} 0{,}33 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}33 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}33 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}33 \end{pmatrix}, \tag{13}$$

$$\boldsymbol{S_4} = \begin{pmatrix} 0{,}25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}25 \end{pmatrix}. \tag{14}$$

Výsledky výpočtu jsou nezávislé směry, které mají odpovídající přesnost a jsou vhodnější pro další zpracování (testování, vyrovnání MNČ apod.).

Závěr

Klasickým výpočtem se do výsledků výpočtu osnovy směrů zanáší závislosti, vypočítány jsou úhly s jedním společným ramenem. V současné době při použití moderních přístrojů je to zbytečné a neopodstatněné, pročež to nebudeme používati.

Literatura

[1] Böhm, J. – Radouch, V. – Hampacher, M.: Teorie chyb a vyrovnávací počet. Geodetický a kartografický podnik, Praha 1990.