

## 2. Bodové pole a souřadnicové výpočty

### 2.1 Body

### 2.2 Bodová pole

### 2.3 Polohové bodové pole.

#### 2.3.1 Rozdělení polohového bodového pole.

#### 2.3.2 Dokumentace geodetického bodu.

#### 2.3.3 Stabilizace a signalizace bodů.

### 2.4 Souřadnicové výpočty.

#### 2.4.1 Délka.

#### 2.4.2 Směrník.

#### 2.4.3 Polární metoda.

#### 2.4.4 Protínání vpřed z úhlů.

#### 2.4.5 Protínání vpřed z délek.

#### 2.4.6 Polygonové pořady.

#### 2.4.7 Protínání zpět, volné stanovisko.

## 2.1 Body.

### Měřické body :

- Geodetické : jsou stabilizovány, popř. signalizovány a je k nim vyhotovena dokumentace geodetických údajů.
- Ostatní : předpokládá se pouze dočasná stabilizace a speciální použití.

### Geodetický bod:

- trvale označený bod, stanovenými měřickými značkami a signalizačními nebo ochrannými zařízeními.

GB vytváří bodová pole (BP) a geodetické sítě (GS).

Každý GB je vždy označen číslem a může mít i název. Zároveň je možné aby jeden GB patřil do více BP. Ke GB se vyplňuje předepsaný formulář.

## 2.2 Bodová pole

- Polohové bodové pole.
  - Základní polohové bodové pole ( $\sigma_{xy} = 15$  mm).
  - Zhušťovací body ( $\sigma_{xy} = 20$  mm).
  - Podrobné polohové bodové pole ( $\sigma_{xy} = 60$  mm)
- Výškové bodové pole.
  - Základní.
  - Podrobné.
  - Stabilizované body technických nivelací.
- Tíhové bodové pole. (potřebné pro určování výšek a věd. účely)
  - Základní.
  - Podrobné.

## 2.2 Bodová pole

Bodová pole a jejich správa a údržba jsou v ČR dána zákony a vyhláškami, konkrétní formulace lze nalézt v:

- [1] Vyhláška č. 31/1995 Sb., o zeměměřictví ...
- [2] Vyhláška č. 26/2007 Sb., o zápisech vlastnických a jiných věcných práv k nemovitostem ...

## 2.3 Polohové bodové pole

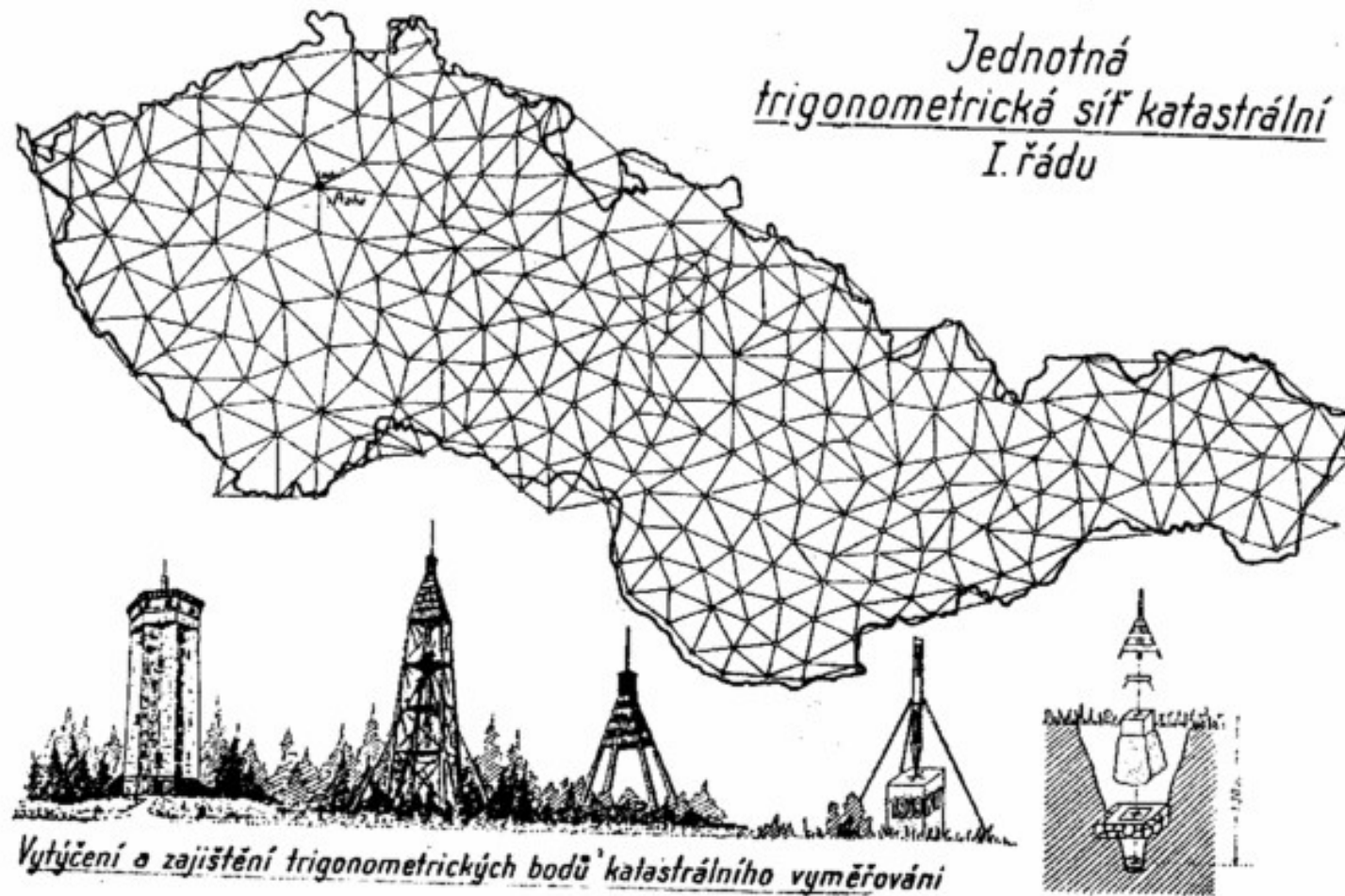
Bodová pole byla po roce 1918 budována jednotně v rámci celé tehdejší ČSR. Výpočet v S-JTSK.

- Základní polohové bodové pole.
  - Body referenční sítě NULRAD (nultý řád)
  - Body Astronomicko-Geodetické sítě (AGS)
  - Body České státní trigonometrické sítě (ČSTS)
  - Body geodynamické sítě.
- Zhušťovací body.
- Podrobné polohové bodové pole

(ČSTS byla dokončena v 50. letech našeho století na území celé ČSR. Sít' se člení na pět řádů, body nižšího řádu plošně zhušťují sít' bodů řádu vyššího. Hustota bodů V. řádu je 1 – 3 km. Relativní polohová přesnost vztažená k sousedním bodům sítě je udávána hodnotou cca 15 mm. Na území ČR se nachází cca 30 tisíc trigonometrických bodů.)

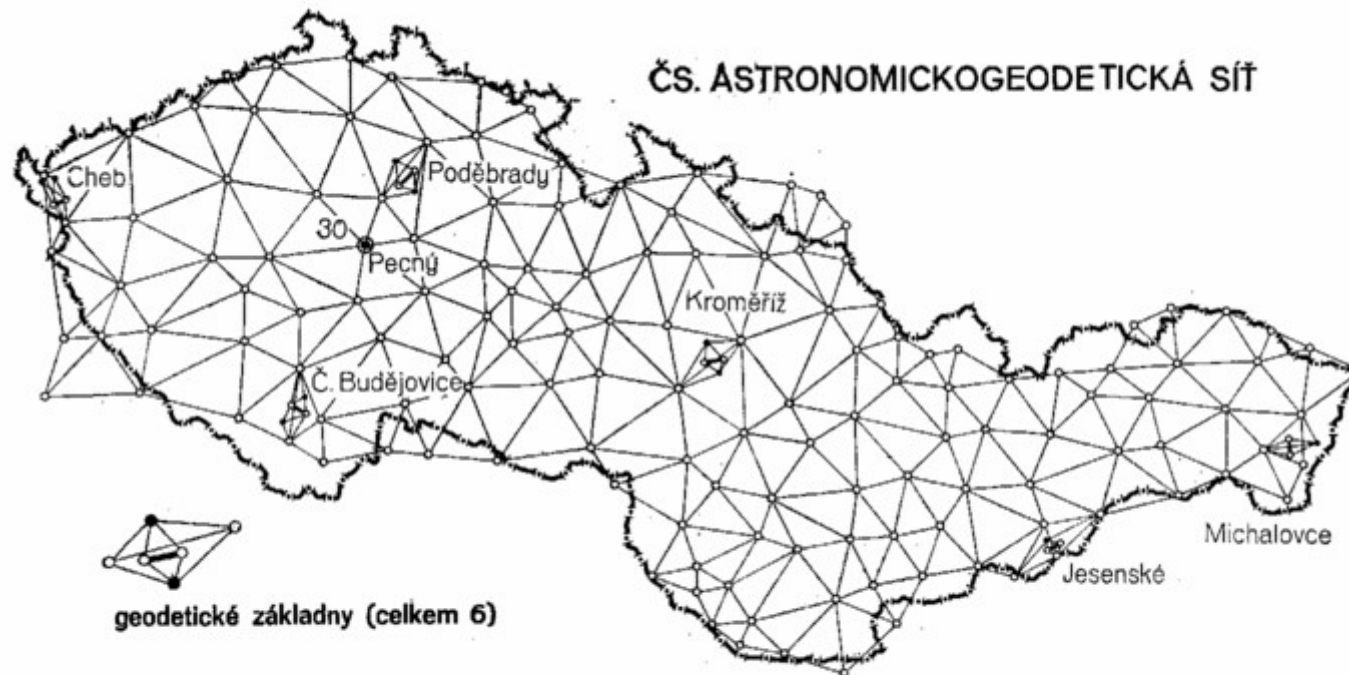
## 2.3.1 Rozdělení polohového bodového pole.

ČSTS – I. řád



## 2.3.1 Rozdělení polohového bodového pole.

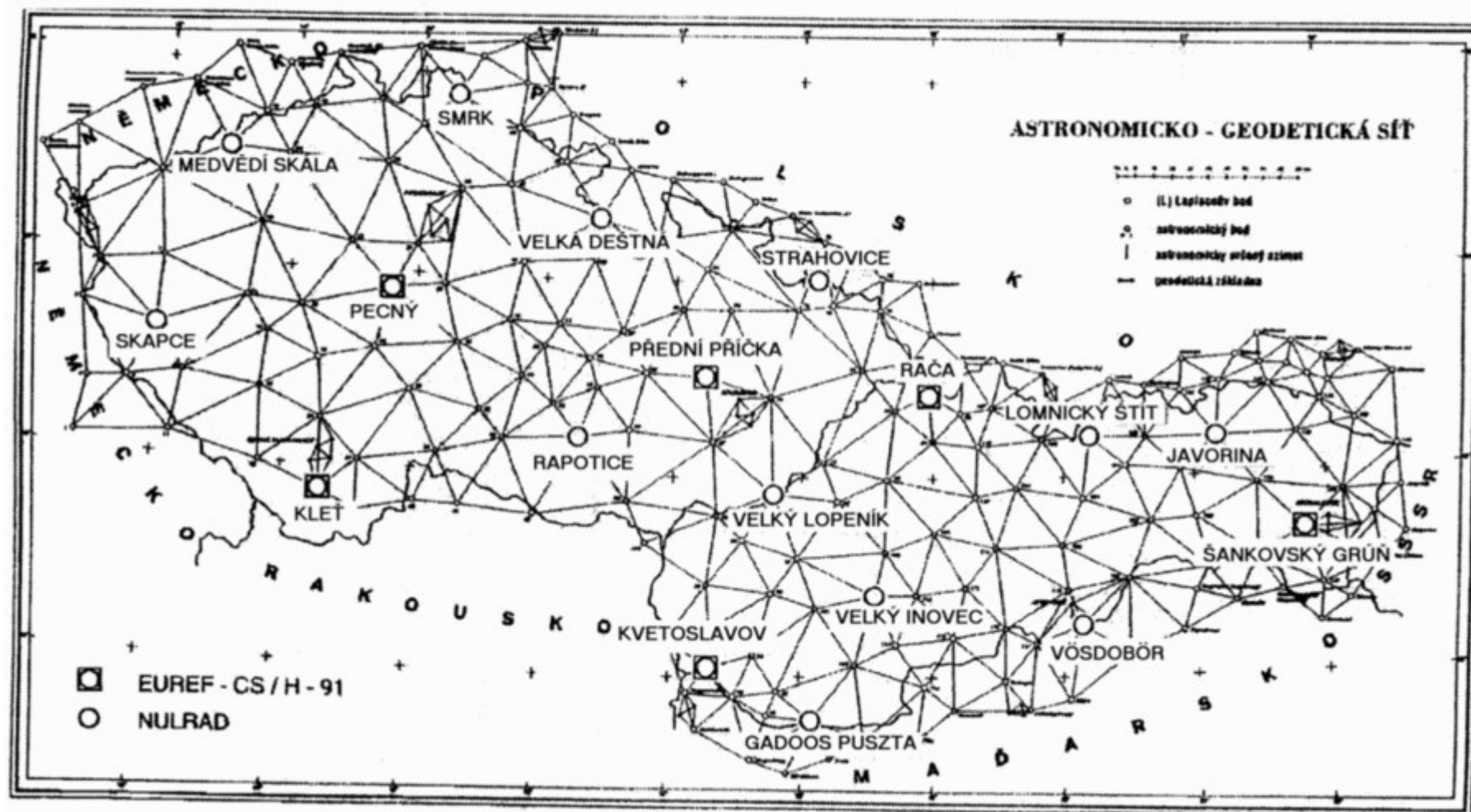
ČS AGS



(strana cca 36 km)

## 2.3.1 Rozdělení polohového bodového pole.

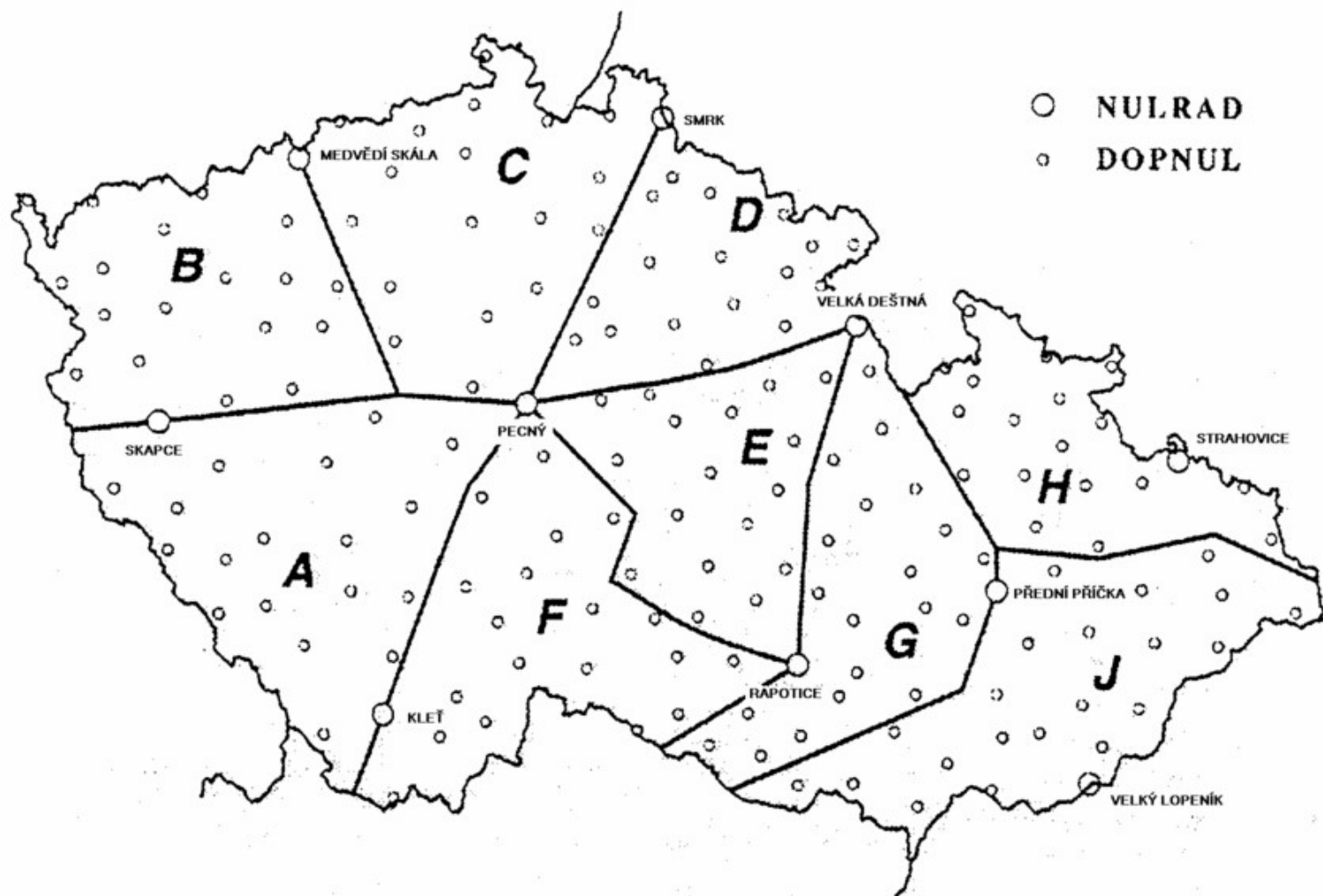
NULRAD – GPS zpřesňování BP (od 1991)



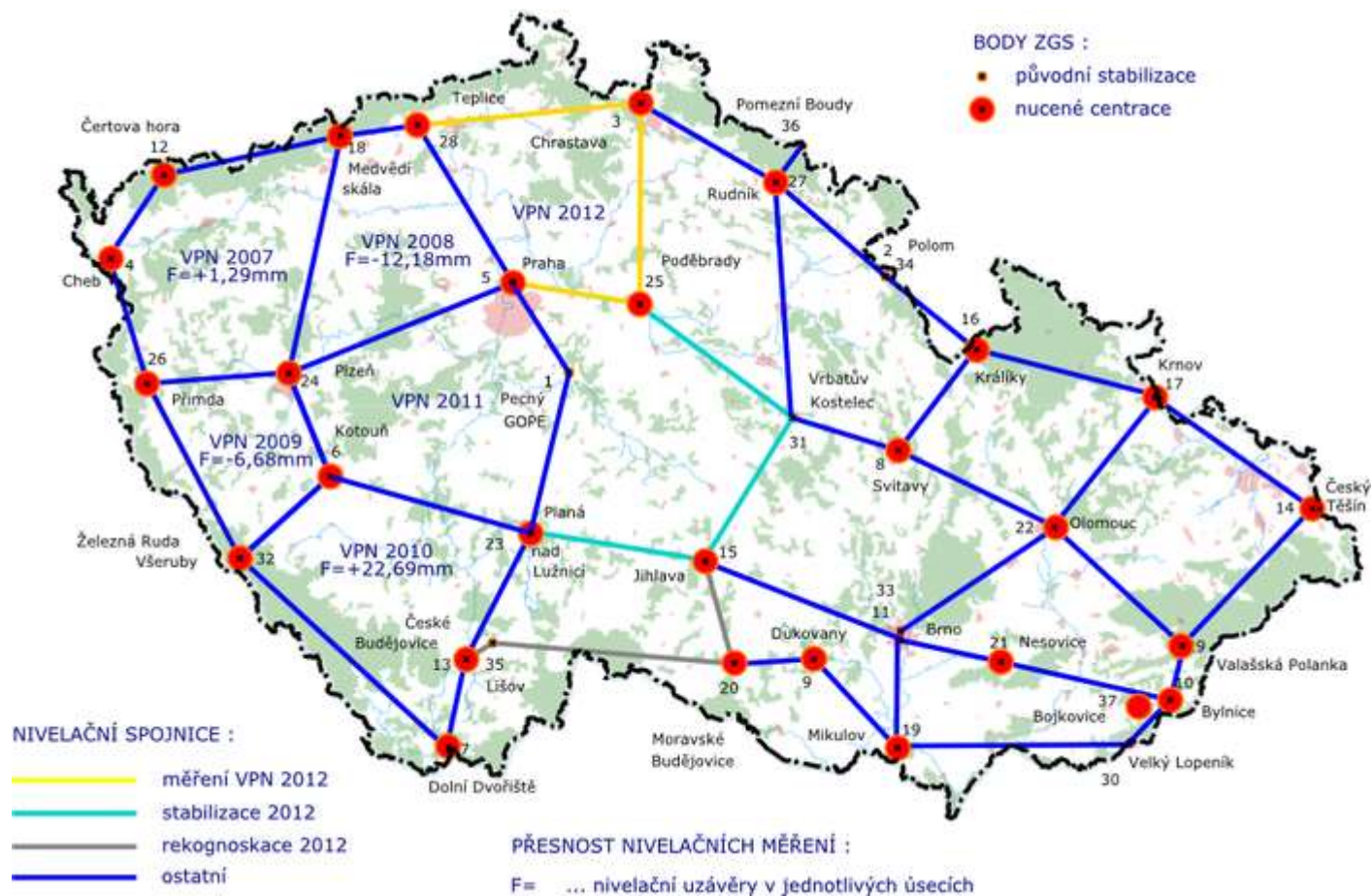


## 2.3.1 Rozdělení polohového bodového pole.

NULRAD – GPS zpřesňování BP



## 2.3.1 Rozdělení polohového bodového pole. Základní geodynamická síť





### 2.3.2 Dokumentace geodetického bodu.

Kraj: Jihočeský		<b>GEODETIČKE ÚDAJE</b>		PRO VLASTNÍ POTŘEBU STATISTICKÉHO ÚSTAVU A SOC. BEZPEČNOSTI	
Oblasť: České Budějovice	Příloha č.: 1			TL	4002
Obec: České Budějovice	Město od: 1.1.1987			ZM-50	32 - 22
				SMO-5	120621

Číslo a název bodu		102	Sídliště Vltava, čp. 1148	102
Bod	Druh	Y	X	Nadmořská výška
				<small>Spz</small>
				<small>vrtáková se na</small>
102	TB	757 059,94	1 163 604,87	427,16
102,1	ZB1	757 176,95	1 163 655,30	385,94
102,2	ZB2	757 168,22	1 163 551,95	385,33

**Orientace na body (ve stupních)**

Číslo	Název	Ažur	Odkaz strany	Číslo	Název	Ažur	Odkaz strany
103	Budvar	280 41 35,1	1 768,490	102,1 - 102,2			103,723
102,1	ZB1	66 41 03,4	127,418				
102,2	ZB2	116 02 49,1	120,524				

**Místopisný popis:** Bod je na věžovém domě čp. 1148/2 v Labské ulici v severní části sídliště Vltava.

Bod	102	102,1	102,2
-----	-----	-------	-------

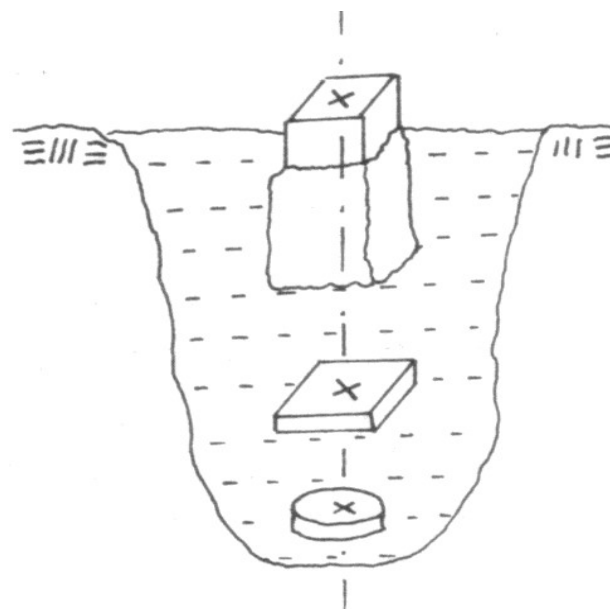
## 2.3.2 Dokumentace geodetického bodu.

102,4 ZB2		110 UC 49,1		120,724			
Místopisný popis: Bod je na věžovém domě čp. 1148/2 v Labské ulici v severní části sídliště Vltava.							
Bod		102		102,1		102,2	
Slab. údaje 	0,00	hliníkový čep Ø 4 cm	0,00	žula 20.20.75	0,00	žula 17.17.64	0,00
			0,99	žula 30.30.8	0,91	žula 30.30.8	
			1,29	žula 16.16.8			
Označ. povrch značky na boku:							
Ochranný znak (druh, rok, číslo):							
Kat. území Povrch. bod. znač.		České Budějovice 2 budova		České Budějovice 2 ost.plocha		České Budějovice 2 ostat.plocha	
Vlastník (úřadník)		SBD Č.Budějovice, Krčínova 30, síd.Vlt.		MěNV České Budějovice		MěNV České Budějovice	
Druh a výška signal. stavby nebo nárys trvaleho cíle:   Signalizace z roku:							
		Poznámky:					

### 2.3.3 Stabilizace a signalizace bodů.

Trigonometrické body se stabilizují v terénu kamenem délky asi 0,8 m, jehož hlava tvaru krychle o straně 0,2 m má na horní ploše vytesaný křížek. Tato povrchová značka je jištěna dvěma podzemními značkami. Obvykle jde o kamennou a skleněnou desku s křížkem na horní ploše, uložené asi 0,2 m pod předcházející značkou.

Stabilizační značky musí být umístěny na svislici s přesností 3 mm. Jáma se poté zasype odlišným materiálem, který slouží k usnadnění vyhledání značky.



### 2.3.3 Stabilizace a signalizace bodů.

Pokud nelze použít podzemní značky (věž kostela), stabilizují se zajišťovací body, které musí být mezi sebou vzájemně viditelné a vzdálené max. 500 m od trigonometrického bodu.

Z každého bodu musí být vidět alespoň jedna orientace (TB nebo bod 1.tř. PBPP), pokud není, zřizuje se nejméně jeden orientační bod.

Zajišťovací body se stabilizují v terénu kamenem s hlavou o straně 0,15 m, která má na horní ploše vytesaný křížek a jednou podzemní značkou.

Orientační body se stabilizují stejně jako zajišťovací.

### 2.3.3 Stabilizace a signalizace bodů.

Body PBPP 1. tř. př. se stabilizují stejně jako zajišťovací body, pokud jsou tyto body trvale signalizovány, opět jsou nutné zajišťovacími body. Body PBPP 2. – 5. tř. př. se volí na objektech s osazenou stabilizační značkou kteréhokoli bodového pole, na hraničních kamenech, jako znak na šachtách, poklopech a dalších objektech apod. Lze je také stabilizovat kamennými hranoly s křížkem nebo důlkem na horní ploše, ocelovými trubkami nebo roxory v betonu nebo plnostěnnými trubkami, atd. K dočasné stabilizaci se užívá dřevěných kolíků (s křížkem nebo nastřeleným hřebíčkem) nebo křížků vyznačených křídou na objektu.



## 2.3.3 Stabilizace a signalizace bodů.

### Signalizace bodů

Na bodech ČSTS byly vystavěny měřické pyramidy, v jejichž vrcholu je umístěna černobílá výtyčka.

Pro signalizaci bodů 2. – 5. tř. př. se používá především výtyček umístěných ve stojánku, hrotu svisle drženího měřického hřebu nebo tužky.

## 2.4 Souřadnicové výpočty.

Podkladem pro polohové měření jsou body polohového bodového pole. Poloha těchto bodů je dána pravoúhlými rovinnými souřadnicemi **Y,X** v daném souřadnicovém systému. V tomtéž systému se udává poloha nově určovaných bodů.

Výpočty se odehrávají v rovině, přímo měřené hodnoty je nutno redukovat z nadmořské výšky a kartografického zobrazení !

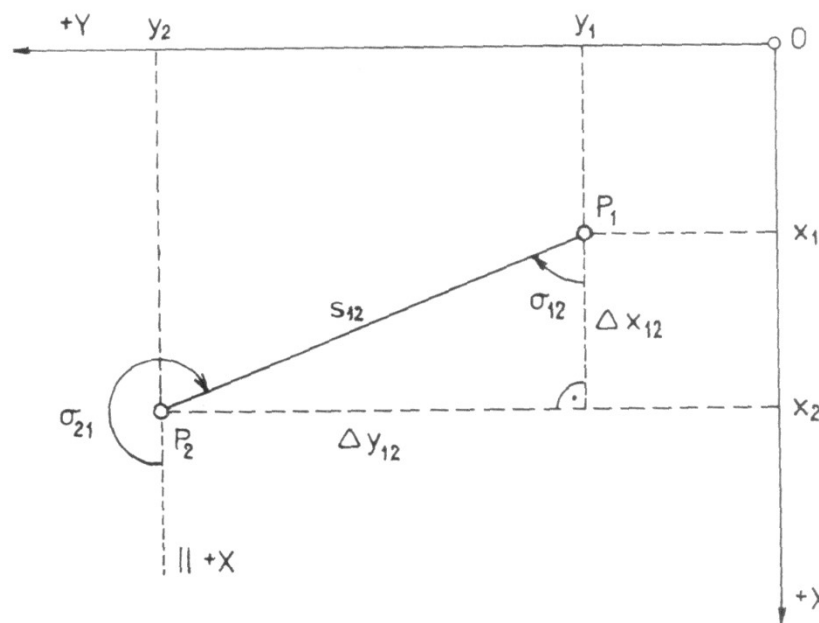
Souřadnicové rozdíly :

$$\Delta x_{12} = x_2 - x_1 ,$$

$$\Delta y_{12} = y_2 - y_1 ,$$

$$\Delta x_{21} = x_1 - x_2 ,$$

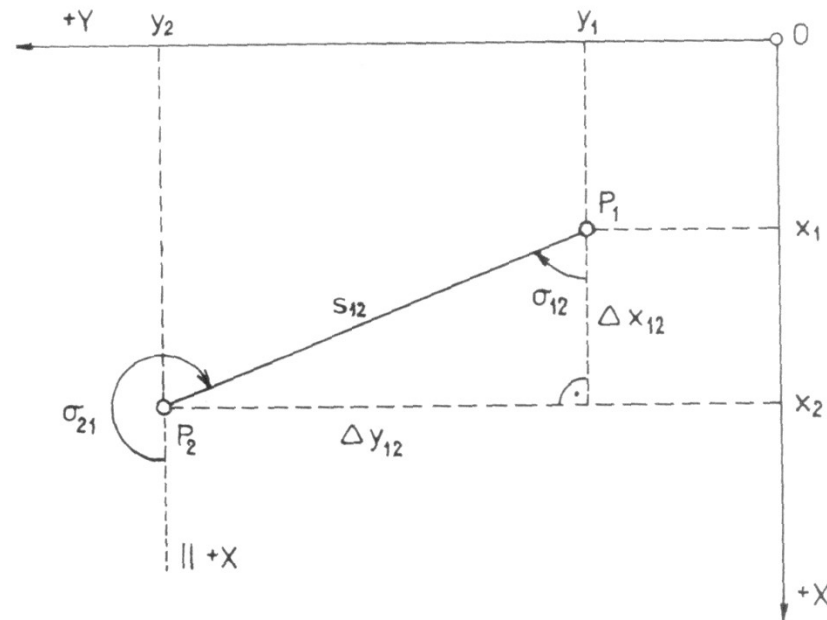
$$\Delta y_{21} = y_1 - y_2 .$$



## 2.4.1 Délka.

Vzdálenost dvou bodů, platí  $s_{12} = s_{21}$ .  
Znaménko je vždy kladné.

$$s_{12} = \sqrt{\Delta x_{12}^2 + \Delta y_{12}^2}$$



Z pravoúhlého trojúhelníku lze odvodit další možnosti výpočtu s.

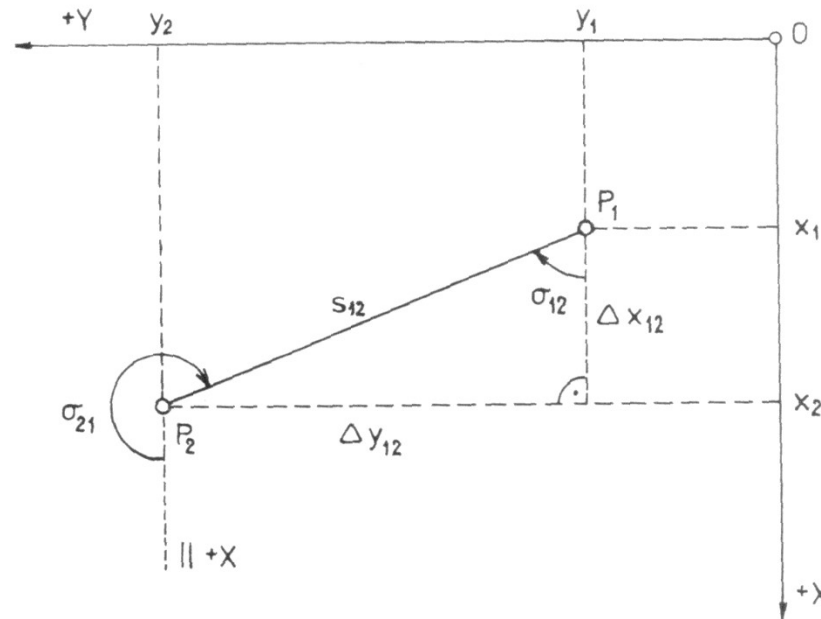
## 2.4.2 Směrník.

Směrník je orientovaný úhel, který svírá spojnice dvou bodů s rovnoběžkou s kladnou osou X souřadnicové soustavy.

Z obrázku vyplývá :

$$\sigma_{12} = 200^g + \sigma_{21}$$

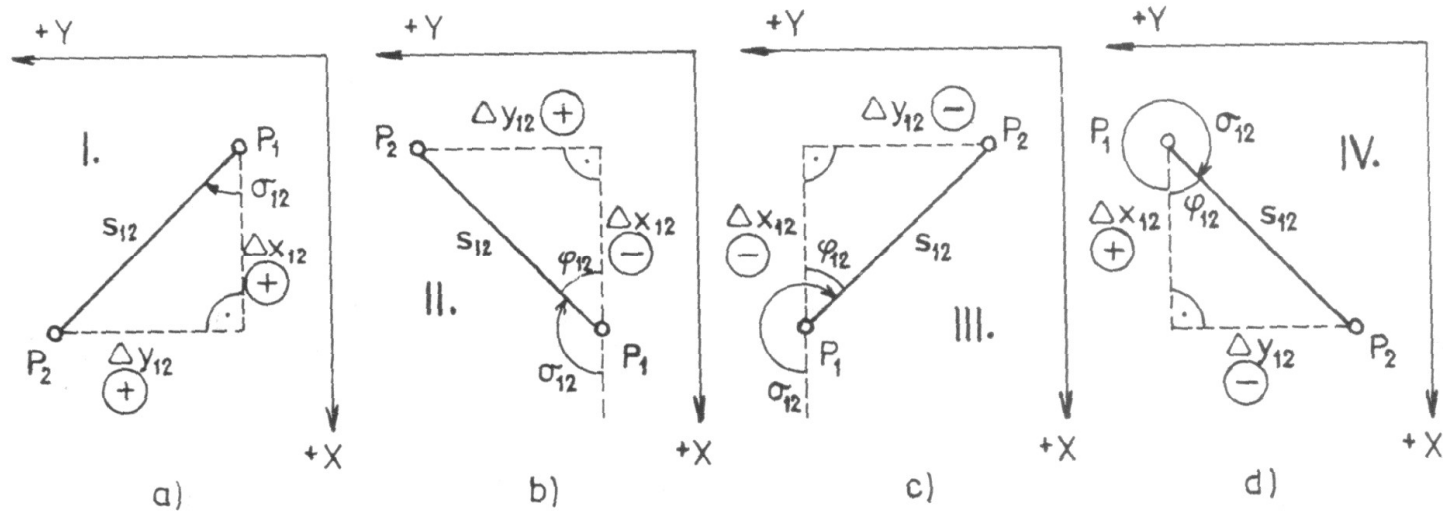
$$\operatorname{tg} \varphi_{12} = \frac{|\Delta y_{12}|}{|\Delta x_{12}|}$$



Tabulkový úhel  $\varphi$  je třeba přepočítat do správného kvadrantu.

## 2.4.2 Směrník.

### Kvadranty



	I.	II.	III.	IV.
$\Delta y_{12}$	+	+	-	-
$\Delta x_{12}$	+	-	-	+
$\sigma_{12} =$	$\varphi_{12}$	$200^{\circ} - \varphi_{12}$	$200^{\circ} + \varphi_{12}$	$400^{\circ} - \varphi_{12}$

## 2.4.2 Směrník.

Tento postup výpočtu byl vytvořen pro výpočty z tabulek goniom. funkcí, kde byly hodnoty tabelovány pouze pro kladné argumenty. Při použití kalkulačky je možný jednodušší výpočet, neboť funkce  $\arctan(x)$  je jednoznačná v rozsahu (-100 gon, 100 gon). Pomocný úhel  $\varphi$ :

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\Delta Y_{1,2}}{\Delta X_{1,2}}\right)$$

Směrník se pak v případě, že  $\Delta X_{1,2} < 0$  vypočítá takto:

$$\sigma_{1,2} = \varphi + 200 \text{ gon},$$

V opačném případě, kdy  $\Delta X_{1,2} > 0$ , platí:

$$\sigma_{1,2} = \varphi ,$$

Výsledek výpočtu je stejný jako u předchozího postupu.

Pro oba postupy platí, že je-li jeden souřadnicový rozdíl roven nule, lze hodnotu směrníku odvodit pouze na základě znalosti znaménka druhého souřadnicového rozdílu. Pokud  $\Delta X = 0$ , pak má směrník hodnotu 100 gon pro  $\Delta Y > 0$  a 300 gon pro  $\Delta Y < 0$ . Pokud  $\Delta Y = 0$ , pak má směrník hodnotu 0 gon pro  $\Delta X > 0$  a 200 gon pro  $\Delta X < 0$ .

Jsou-li oba souřadnicové rozdíly rovny nule, směrník nelze vypočítat – poloha obou bodů je v rovině XY totožná.

## 2.4.3 Polární metoda.

Slouží k výpočtu souřadnic bodu  $P_3$ , je-li měřeno :  
měřená délka strany  $d_{13}$  , vodorovný úhel  $\omega$ .  
Známo : Y,X bodů  $P_1$  a  $P_2$ .

Postup výpočtu:

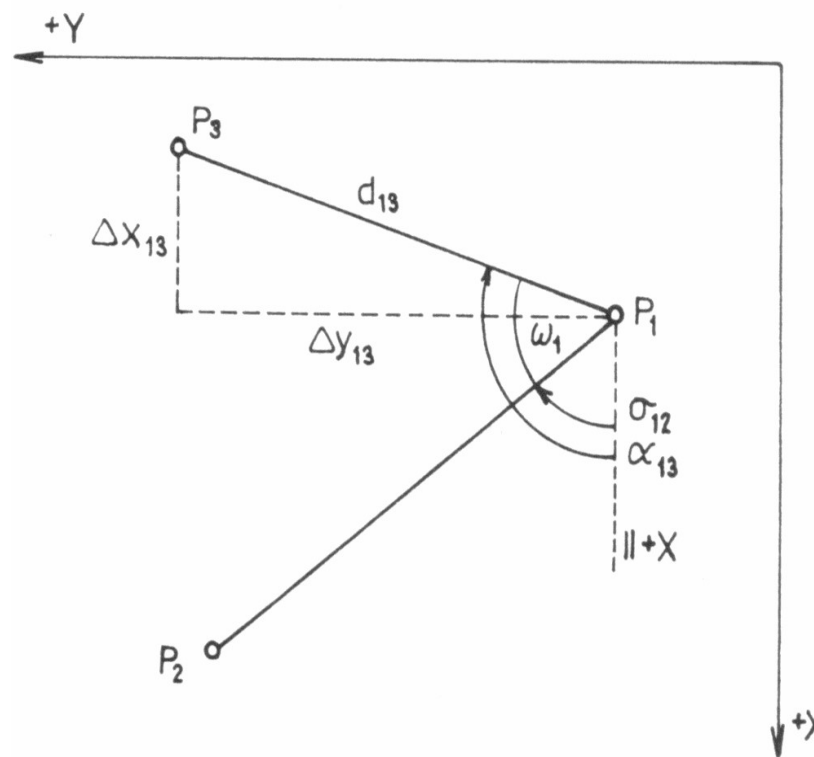
$$\alpha_{13} = \sigma_{12} + \omega,$$

$$\Delta y_{13} = d_{13} \cdot \sin \alpha_{13},$$

$$\Delta x_{13} = d_{13} \cdot \cos \alpha_{13},$$

$$y_3 = y_1 + \Delta y_{13},$$

$$x_3 = x_1 + \Delta x_{13}.$$



## 2.4.4 Protínání vpřed z úhlů.

Slouží k výpočtu souřadnic bodu  $P_3$ , je-li měřeno :  
vodorovné úhly  $\omega_1, \omega_2$ .

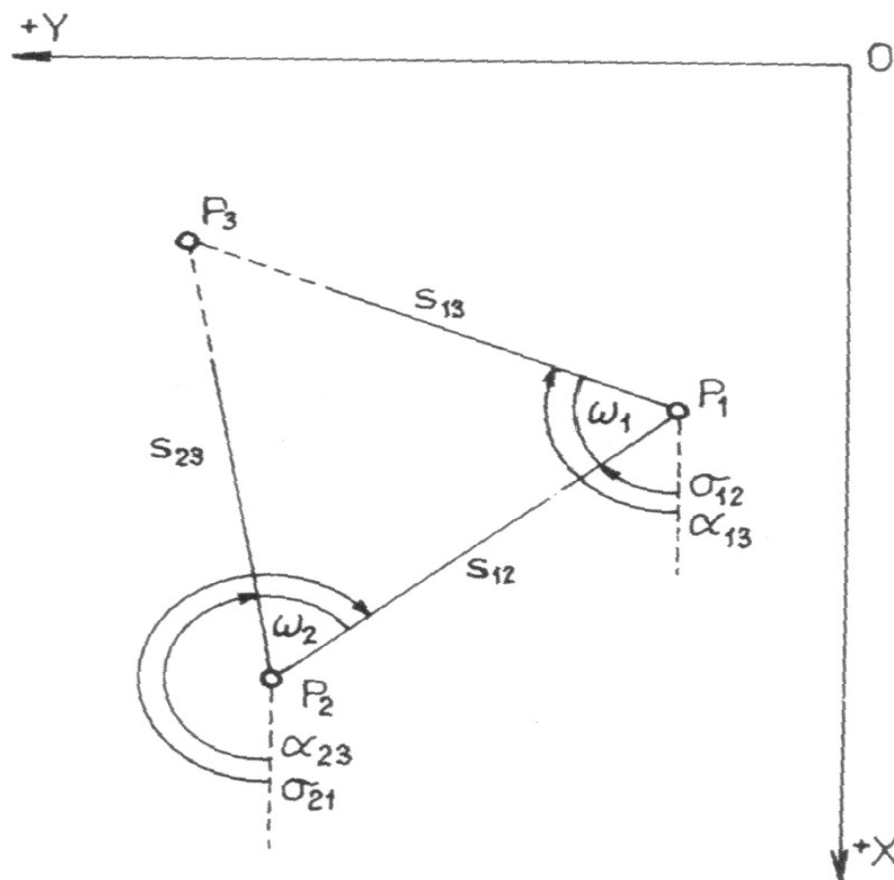
Známo : Y,X bodů  $P_1$  a  $P_2$ .

$$s_{13} = s_{12} \cdot \frac{\sin(\omega_2)}{\sin(\omega_1 + \omega_2)}$$

$$s_{23} = s_{12} \cdot \frac{\sin(\omega_1)}{\sin(\omega_1 + \omega_2)}$$

Dále polární metoda,  
pro kontrolu se bod  $P_3$   
počítá z obou  
stanovisek.

( $P_1$ :  $s_{13}, \omega_1$ ;  $P_2$ :  $s_{23}, \omega_2$ ).





## 2.4.5 Protínání vpřed z délek.

Slouží k výpočtu souřadnic bodu ( $P_3$ ), je-li měřeno :

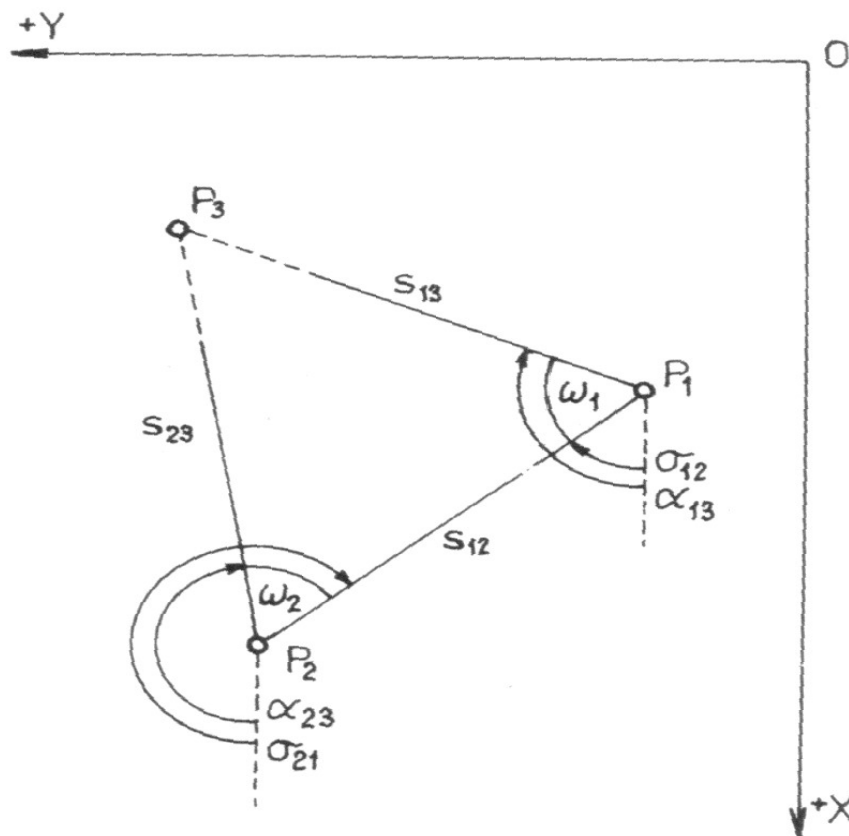
vodorovné délky  $s_{13}$ ,  $s_{23}$ .

Známo : Y,X bodů  $P_1$  a  $P_2$ .

$$\cos(\omega_1) = \frac{s_{13}^2 + s_{12}^2 - s_{23}^2}{2 \cdot s_{13} \cdot s_{12}}$$

Dále polární metoda,  
pro kontrolu lze počítat  
z obou stanovisek.

( $P_1$ :  $s_{13}, \omega_1$ ;  $P_2$ :  $s_{23}, \omega_2$ ).



## 2.4.6 Polygonové pořady.

Slouží k současnému určení souřadnic více bodů.  
Měří se délky všech stran a levostranné vrcholové úhly na všech polygonových bodech.

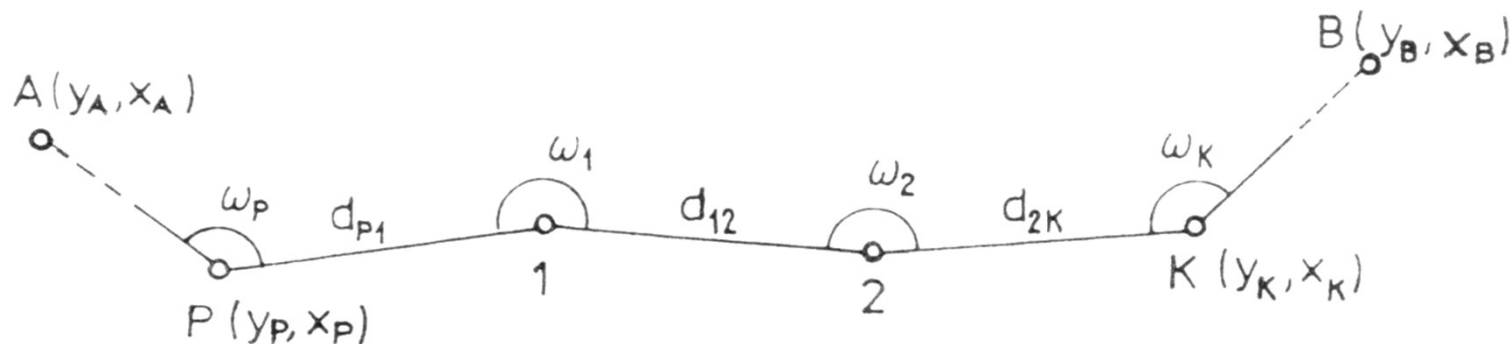
Rozdělení :

Jednostranně /oboustranně připojený /nepřipojený,  
Orientovaný /neorientovaný.

Vetknutý (oboustranně připojený, neorientovaný).

Uzavřený (začíná a končí na stejném bodě).

Volný (jednostranně připojený a orientovaný).



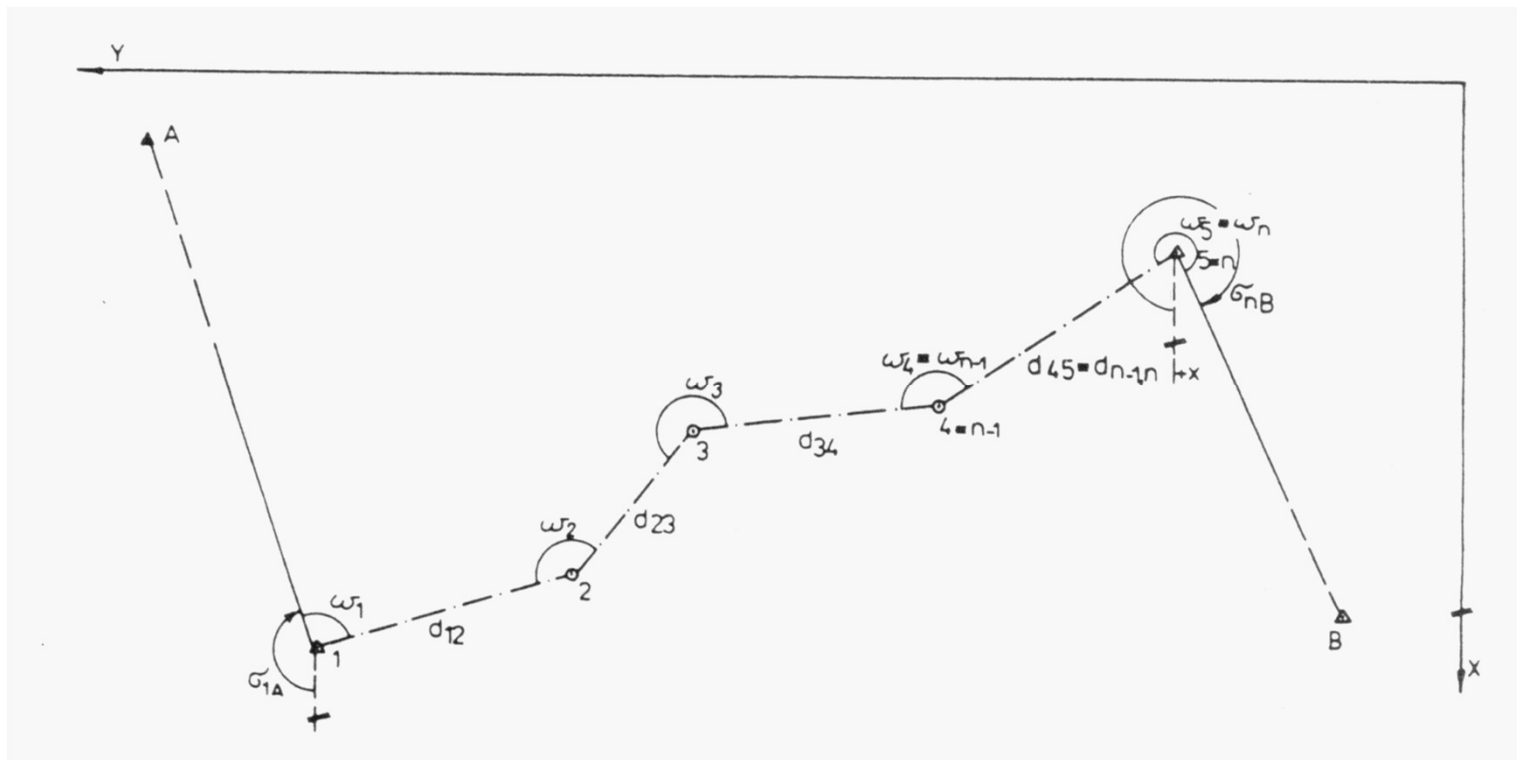
## 2.4.6 Polygonové pořady.

Oboustranně připojený a orientovaný.

Známo : Y,X bodů A, B, 1, n.

Měřeno :  $\omega_1, \omega_2 \dots \omega_n$ ;  $d_{12}, d_{23} \dots d_{n-1,n}$ .

Určuje se : Y,X bodů 2, 3 ... n-1.



## 2.4.6 Polygonové pořady.

Přibližný výpočet souřadnic s odděleným vyrovnáním uhlů a souřadnicových rozdílů.

Postup výpočtu :

1. Výpočet směrníků na orientační body.
2. Úhlové vyrovnání.
3. Výpočet směrníků v polygonu.
4. Výpočet souřadnicových rozdílů.
5. Souřadnicové uzávěry.
6. Výpočet opravených souřadnicových rozdílů.
7. Výpočet souřadnic polygonových bodů.

## 2.4.6 Polygonové pořady.

### 1. Výpočet směrníků na orientační body

$\sigma_{1A}, \sigma_{nB}$

### 2. Úhlové vyrovnání

Úhlový uzávěr :

$$O_{\omega} = \sigma_{nB} - \left( \sigma_{1A} + \sum_i \omega_i - (n - 1) \cdot 200^g \right)$$

Nesmí překročit mezní hodnotu  $O_{\omega} \leq u_{M\omega}$

$$u_{M\omega} = 0,01^g \sqrt{n+3}, \quad n - \text{počet bodů pořadu.}$$

Rozdělení úhlové odchylky se provádí vždy úměrně počtu vrcholů:

$$\delta_{\omega} = \frac{O_{\omega}}{n} \quad \omega'_i = \omega_i + \delta_{\omega}$$

## 2.4.6 Polygonové pořady.

### 3. Výpočet směrniců v polygonu :

$$\begin{aligned}\alpha_{12} &= \sigma_{1A} + \omega'_1 , \\ \alpha_{23} &= \alpha_{12} + \omega'_2 \pm 200^g , \\ \alpha_{n-1,n} &= \alpha_{n-2,n-1} + \omega'_{n-1} \pm 200^g , \\ \alpha_{nB} &= \alpha_{n-1,n} + \omega'_n \pm 200^g = \sigma_{nB} .\end{aligned}$$

**Kontrola !**

### 4. Výpočet souřadnicových rozdílů

$$\Delta y_{12} = d_{12} \cdot \sin \alpha_{12} , \quad \Delta x_{12} = d_{12} \cdot \cos \alpha_{12} ,$$

...

$$\Delta y_{n-1,n} = d_{n-1,n} \cdot \sin \alpha_{n-1,n} , \quad \Delta x_{n-1,n} = d_{n-1,n} \cdot \cos \alpha_{n-1,n} .$$

## 2.4.6 Polygonové pořady.

### 5. Souřadnicové uzávěry :

Souřadnicové uzávěry :

$$\mathbf{O}_y = \Delta y_{1n} - \sum_i \Delta y_i,$$

$$\mathbf{O}_x = \Delta x_{1n} - \sum_i \Delta x_i.$$

Polohový uzávěr :

$$\mathbf{O}_p = \sqrt{\mathbf{O}_x^2 + \mathbf{O}_y^2}.$$

$$u_{M_p} = 0,01 \cdot \sqrt{\sum_i d_i} + 0,10;$$

$$\mathbf{O}_p \leq u_{M_p}.$$

## 2.4.6 Polygonové pořady.

6. Výpočet opravených souřadnicových rozdílů :  
(úměrně souřadnicovým rozdílům)

$$\delta_{\Delta y_i} = \frac{O_y}{\sum |\Delta y|} \cdot |\Delta y_i|, \quad \delta_{\Delta x_i} = \frac{O_x}{\sum |\Delta x|} \cdot |\Delta x_i|.$$

Opravené souřadnicové rozdíly :

$$\Delta y'_i = \Delta y_i + \delta_{\Delta y_i}, \quad \Delta x'_i = \Delta x_i + \delta_{\Delta x_i}.$$

**Kontrola !**

$$\sum_i \Delta y'_i = \Delta y_{1n}$$

$$\sum_i \Delta x'_i = \Delta x_{1n}$$



## 2.4.6 Polygonové pořady.

### 7. Výpočet souřadnic

$$y_1 = \text{dáno},$$

$$y_2 = y_1 + \Delta y'_{12},$$

...

$$y_n = y_{n-1} + \Delta y'_{n-1,n},$$

$$x_1 = \text{dáno},$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x'_{12},$$

...

$$x_n = x_{n-1} + \Delta x'_{n-1,n}.$$

**Kontrola !**

## 2.4.6 Polygonové pořady.

Uzavřený polygonový pořad :

Známo :  $Y, X$  bodů  $A$  (orientace),  $P_1$ .

Měřeno :  $\omega_1, \omega_2 \dots \omega_n$ ;  $d_{12}, d_{23} \dots d_{n-1,n}$ .

Určuje se :  $Y, X$  bodů  $2, 3 \dots n-1$ .

Úhlový uzávěr :  
pro vnitřní úhly

$$O_{\omega} = (n - 2) \cdot 200 - \sum \omega_i$$

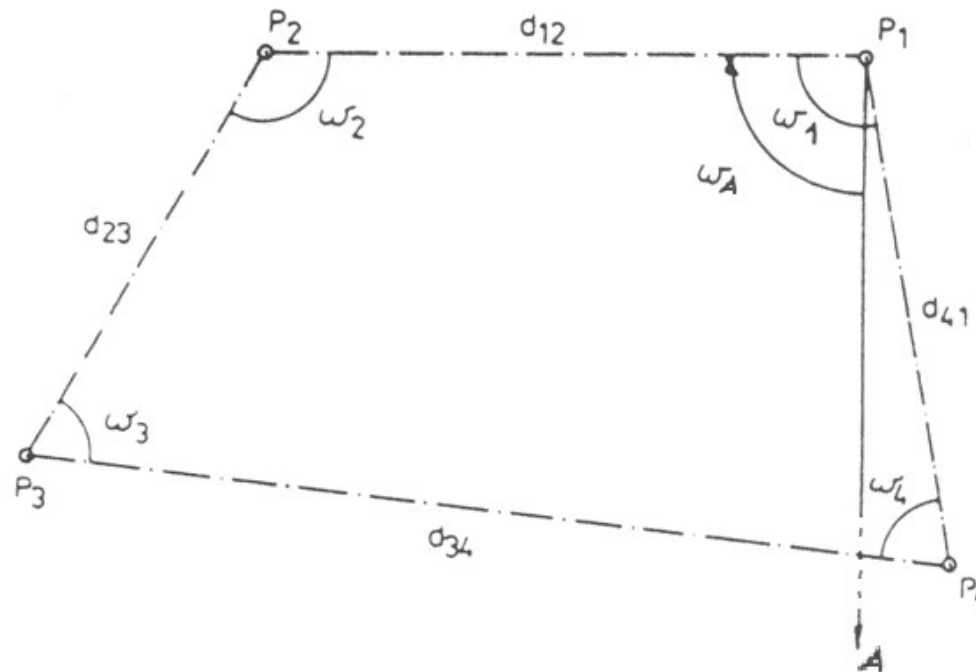
pro vnější úhly

$$O_{\omega} = (n + 2) \cdot 200 - \sum \omega_i$$

Musí platit :

$$\sum \Delta x = \sum \Delta y = 0.$$

Výpočet podle dříve popsaného postupu.



## 2.4.6 Polygonové pořady.

Uzavřený polygonový pořad (lokální soustava):

Voleno : Y,X např. bodu  $P_1$ , souřadnicový systém.

Měřeno :  $\omega_1, \omega_2 \dots \omega_n$ ;  $d_{12}, d_{23} \dots d_{n-1,n}$ .

Určuje se : Y,X bodů 2, 3 ... n-1.

Úhlový uzávěr :  
pro vnitřní úhly

$$O_{\omega} = (n - 2) \cdot 200 - \sum \omega_i$$

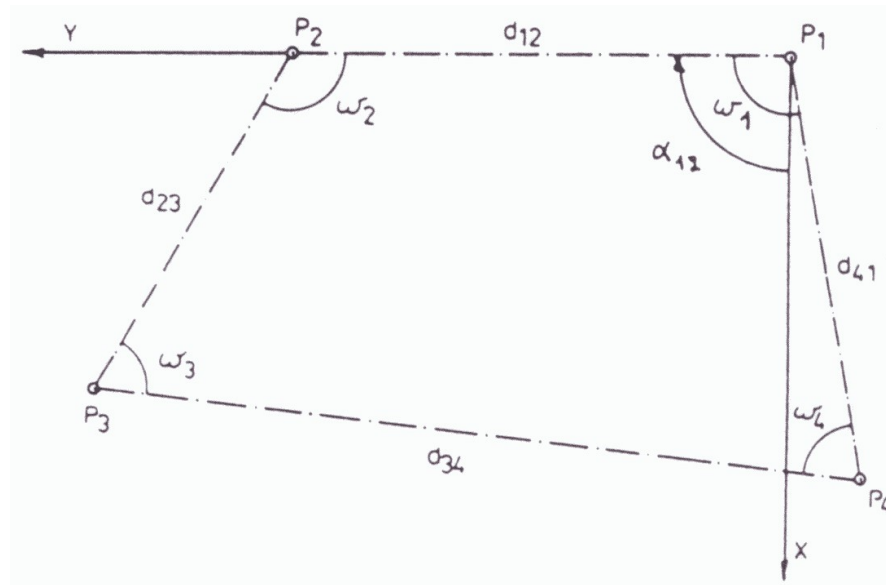
pro vnější úhly

$$O_{\omega} = (n + 2) \cdot 200 - \sum \omega_i$$

Musí platit :

$$\Sigma \Delta x = \Sigma \Delta y = 0.$$

Výpočet podle dříve popsaného postupu.



## 2.4.7 Protínání zpět.

### Z úhlů :

Slouží k výpočtu souřadnic bodu ( $P_4$ ), je-li na určovaném bodě měřeno :

vodorovné úhly  $\omega_{12}$ ,  $\omega_{23}$ .

Je známo : Y,X bodů  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ .

### Volné stanovisko :

Slouží k výpočtu souřadnic bodu (S), jsou-li na určovaném bodě měřeny vodorovné úhly a délky na body  $P_i$ .

Minimum jsou 2 délky a 1 úhel.

Je známo : Y,X bodů  $P_i$ .

Složitý výpočet, řeší se nejlépe vyrovnaním MNČ, v současné době v geodetické praxi často využíváno.