Teorie chyb a vyrovnávací počet 1

Téma č. 7: **Vyrovnání měření zprostředkujících – přehled postupu vyrovnání, kontroly.**

1. **Formulace úlohy, postup výpočtu, směrodatné odchylky.**
2. **Příklady - vázaná síť.**
3. **Kontroly.**
4. **Analýza výsledků vyrovnání.**

1. Formulace úlohy.

Měření: $\boldsymbol{l} = (l_1, l_2, \dots, l_n)$

Neznámé: $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

Funkční vztah: $l_i = f_{li}(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Opravy: $v_i = \bar{l}_i(x_1, x_2, \cdots, x_n) - l_i$

$$\boldsymbol{v} = \bar{\boldsymbol{l}}(\boldsymbol{x}^T) - \boldsymbol{l}$$

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x} - \boldsymbol{l}$$

$$\boldsymbol{v} = \bar{\boldsymbol{l}}(\boldsymbol{x}_0^T) + \left.\frac{\partial \bar{\boldsymbol{l}}(\boldsymbol{x}^T)}{\partial \boldsymbol{x}^T}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_0} \cdot \boldsymbol{dx} - \boldsymbol{l} \qquad \bar{\boldsymbol{l}}(\boldsymbol{x}_0^T) - \boldsymbol{l} = \boldsymbol{l}'$$

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{dx} + \boldsymbol{l}'$$

Podmínka řešení: $\Omega = [\hat{v}\hat{v}] = [pvv] = \boldsymbol{v}^T \cdot \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{v} = min.$

$$\boldsymbol{A}^T \cdot \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{dx} + \boldsymbol{A}^T \cdot \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{l}' = \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{dx} = -\left(\boldsymbol{A}^T \cdot \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{A}\right)^{-1} \cdot \boldsymbol{A}^T \cdot \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{l}'$$

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x_0} + \boldsymbol{dx}$$

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{dx} + \boldsymbol{l}'$$

$$\bar{\boldsymbol{l}} = \boldsymbol{l} + \boldsymbol{v}$$

$$s_0 = \sqrt{\frac{\boldsymbol{v}^T \cdot \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{v}}{n-k}} = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-k}} \qquad \boldsymbol{M_x} = \sigma_0^2 \cdot \boldsymbol{N}^{-1} \qquad \boldsymbol{M}_{\bar{\boldsymbol{l}}} = \sigma_0^2 \cdot \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{N}^{-1} \cdot \boldsymbol{A}^T$$

2. Příklady.

Vázaná síť.

2. Příklady.

Vázaná síť s body určenými GNSS.

2. Příklady.

Vázaná síť s body určenými GNSS s kovarianční maticí.

3. Kontroly.

$a)$ $\boldsymbol{A}^T \cdot \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{v} = \mathbf{0}$

b) Dvojí výpočet oprav – kontrola linearizace (případně chyba $x_0 \pm dx$)

$$\boldsymbol{v}^I = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{dx} + \boldsymbol{l}'$$
$$\boldsymbol{v}^{II} = \bar{\boldsymbol{l}}(\boldsymbol{x}^T) - \boldsymbol{l}.$$

(sigmové zkoušky).

4. Analýza výsledků vyrovnání.

a) Iterační výpočet
   a) Sledování s_0
   b) Sledování $\boldsymbol{dx}$
b) Kontrola $s_0 \sim \sigma_0$
c) Kontrola oprav

4. Analýza výsledků vyrovnání.

Směrodatné odchylky oprav určených z vyrovnání:

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{dx}+\boldsymbol{l'} = -\boldsymbol{A}\cdot\left(\boldsymbol{A}^T\cdot\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{A}\right)^{-1}\cdot\boldsymbol{A}^T\cdot\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{l'}+\boldsymbol{l'}\ , \qquad \boldsymbol{dx} = -\left(\boldsymbol{A}^T\cdot\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{A}\right)^{-1}\cdot\boldsymbol{A}^T\cdot\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{l'}\ .$$

$$\boldsymbol{v} = -\left(\boldsymbol{A}\cdot\left(\boldsymbol{A}^T\cdot\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{A}\right)^{-1}\cdot\boldsymbol{A}^T\cdot\boldsymbol{P}-\mathbf{1}\right)\cdot\boldsymbol{l'}\ ,$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{v}} = -\left(\boldsymbol{A}\cdot\left(\boldsymbol{A}^T\cdot\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{A}\right)^{-1}\cdot\boldsymbol{A}^T\cdot\boldsymbol{P}-\mathbf{1}\right)\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{l'}}\ ,$$

$$\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{vv}} = \left(\boldsymbol{A}\cdot\left(\boldsymbol{A}^T\cdot\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{A}\right)^{-1}\cdot\boldsymbol{A}^T\cdot\boldsymbol{P}-\mathbf{1}\right)\cdot\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{l'l'}}\cdot\left(\boldsymbol{A}\cdot\left(\boldsymbol{A}^T\cdot\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{A}\right)^{-1}\cdot\boldsymbol{A}^T\cdot\boldsymbol{P}-\mathbf{1}\right)^T\ .$$

Po roznásobení a úpravách platí:

$$\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{vv}} = \boldsymbol{P}^{-\mathbf{1}}-\boldsymbol{A}\cdot\left(\boldsymbol{A}^T\cdot\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{A}\right)^{-1}\cdot\boldsymbol{A}^T\ .$$

☺ Konec ☺