Teorie chyb a vyrovnávací počet 2

Téma č. 8: **Vyrovnání podmínkových s neznámými**

1. Definice problému.
2. Odvození.
3. Řešení.
4. Směrodatné odchylky.
5. Příklad

1. Definice problému

Tento obecný typ vyrovnání nastává, když v podmínkových rovnicích vystupují kromě vyrovnaných měření ještě další, přímo neměřené neznámé, které též chceme určit.
Tvar podmínkové rovnice:

$$\varphi\left(\bar{\boldsymbol{l}}^{T}, \boldsymbol{x}^{T}\right) = \boldsymbol{0}$$

Ve shodě s vyrovnání měření podmínkových můžeme podmínky linearizovat:

$$\boldsymbol{A^T} \cdot \boldsymbol{v} + \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{dx} + \boldsymbol{u} = \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{r1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1n} & \dots & a_{rn} \end{pmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 & \dots & K_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_r & B_r & \dots & K_r \end{pmatrix}, \boldsymbol{dx} = \begin{pmatrix} dx_1 \\ \vdots \\ dx_k \end{pmatrix}, \boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_r \end{pmatrix}.$$

2. Řešení

Použijeme Lagrangeova postupu hledání minima.

$$\overline{\Omega} = \boldsymbol{v}^T \cdot \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{v} - 2 \cdot \boldsymbol{k}^T \cdot \left(\boldsymbol{A}^T \cdot \boldsymbol{v} + \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{dx} + \boldsymbol{u}\right) = min.,$$

$$\frac{\partial \overline{\Omega}}{\partial \boldsymbol{v}} = 2 \cdot \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{v} - 2 \cdot \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{k} = \boldsymbol{0} \qquad \boldsymbol{v} = \boldsymbol{P}^{-1} \cdot \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{k}$$

$$\frac{\partial \overline{\Omega}}{\partial \boldsymbol{dx}} = -2 \cdot \boldsymbol{B}^T \cdot \boldsymbol{k} = \boldsymbol{0} \qquad \boldsymbol{B}^T \cdot \boldsymbol{k} = \boldsymbol{0}$$

Po dosazení:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{A}^T \cdot \boldsymbol{P}^{-1} \cdot \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{B}^T & \boldsymbol{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{k} \\ \boldsymbol{dx} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{0} \end{pmatrix} = \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{N} \cdot \boldsymbol{y} + \boldsymbol{n} = \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{y} = -\boldsymbol{N}^{-1} \cdot \boldsymbol{n}$$

2. Směrodatné odchylky

$$\boldsymbol{N}^{-1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_{kk} & \boldsymbol{Q}_{kx} \\ \boldsymbol{Q}_{xk} & \boldsymbol{Q}_{xx} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{dx} = -\,\boldsymbol{Q}_{xk} \cdot \boldsymbol{u}$$

$$\boldsymbol{k} = -\boldsymbol{Q}_{kk} \cdot \boldsymbol{u}$$

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{P}^{-1} \cdot \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{k}$$

$$s_0 = \sqrt{\frac{\boldsymbol{v}^T \cdot \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{v}}{r-k}}$$

$$\boldsymbol{M}_{\boldsymbol{x}_i} = \sigma_0 \cdot (-\boldsymbol{Q}_{xx})$$

$$\sigma_{x_i} = \sigma_0 \cdot \sqrt{-\boldsymbol{Q}_{xx_{ii}}}$$

$$\boldsymbol{Q}_{\bar{l}} = \boldsymbol{P}^{-1} - \boldsymbol{P}^{-1} \cdot \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{Q}_{kk} \cdot \boldsymbol{A}^T \cdot \boldsymbol{P}^{-1}\,,$$

$$\sigma_{\bar{l}_i} = \sigma_0 \cdot \sqrt{Q_{\bar{l}_{ii}}}.$$

(podle situace se použije σ_O nebo s_0)

4. Příklad

Aproximace bodů rovinou – případ v_x v_y v_z.

☺ Konec ☺