Postup výpočtu plochy

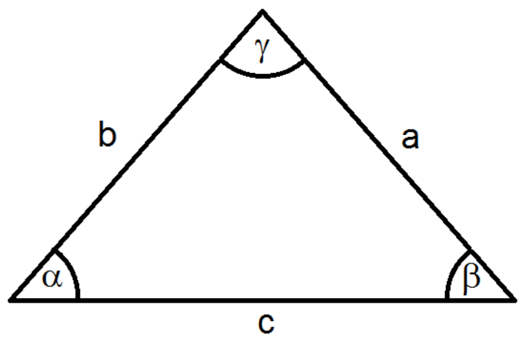
Rozkladem na jednoduché geometrické obrazce

Ze souřadnic je možno vypočítat délky stran a vnitřních úhlů v trojúhelníku. V obecném trojúhelníku pro výpočet obsahu *P* platí:

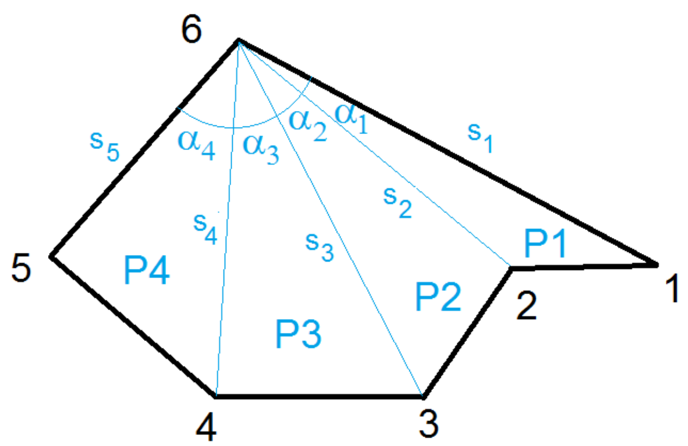
$$2 \cdot P = b \cdot c \cdot \sin(\alpha)$$

Nebo Heronův vzorec:

$$P = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}, \qquad s = \frac{a+b+c}{2}$$



Výpočet plochy obrazce *P* rozkladem na trojúhelníky



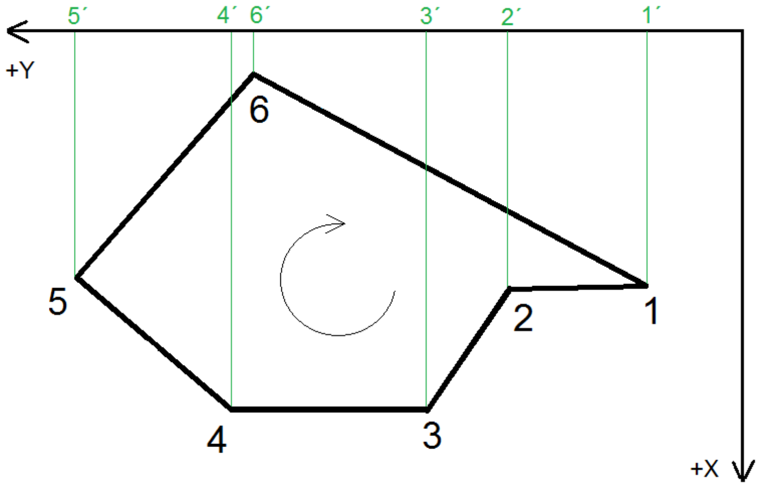
$$P = P1 + P2 + P3 + P4,$$

$$2 \cdot P_1 = s_1 \cdot s_2 \cdot \sin(\alpha_1),$$

$$2 \cdot P = \sum_{i=1}^{n} s_i \cdot s_{i+1} \cdot \sin(\alpha_i).$$

Výpočet plochy obrazce z pravoúhlých souřadnic

Jedná se o výpočet pomocí obsahů lichoběžníků, které vznikají mezi stranami objektu a souřadnicovými osami. Pro výpočet je nutno dodržet číslování bodů po směru hodinových ručiček (kladný směr).



Plochy jednotlivých lichoběžníků:

$$2 \cdot P_{122'1'} = (y_2 - y_1) \cdot (x_2 + x_1)$$
$$2 \cdot P_{233'2'} = (y_3 - y_2) \cdot (x_3 + x_2)$$
$$2 \cdot P_{344'3'} = (y_4 - y_3) \cdot (x_4 + x_3)$$
$$2 \cdot P_{455'4'} = (y_5 - y_4) \cdot (x_5 + x_4)$$
$$2 \cdot P_{566'5'} = (y_6 - y_5) \cdot (x_6 + x_5)$$
$$2 \cdot P_{611'6'} = (y_1 - y_6) \cdot (x_1 + x_6)$$

$$P = P_{122'1'} + P_{233'2'} + P_{344'3'} + P_{455'4'} + P_{566'5'} + P_{611'6'}$$

Výsledná plocha je součtem ploch jednotlivých lichoběžníků. Z obrázku a vzorců plyne, že plocha lichoběžníku $P_{566'5'}$ a $P_{611'6'}$ vyjde záporná a při konečném součtu tak získáme pouze plochu vymezeného obrazce. Úpravou dostáváme výrazy:

$$\begin{aligned} 2 \cdot P = {} & (y_2 - y_1) \cdot (x_2 + x_1) + (y_3 - y_2) \cdot (x_3 + x_2) + \\ & + (y_4 - y_3) \cdot (x_4 + x_3) + (y_5 - y_4) \cdot (x_5 + x_4) + \\ & + (y_6 - y_5) \cdot (x_6 + x_5) + (y_1 - y_6) \cdot (x_1 + x_6) \end{aligned}$$

Vytknutím $y \longrightarrow$

$$\begin{aligned} 2 \cdot P = {} & y_1 \cdot (x_6 - x_2) + y_2 \cdot (x_1 - x_3) + y_3 \cdot (x_2 - x_4) + y_4 \cdot (x_3 - x_5) \\ & + y_5 \cdot (x_4 - x_6) + y_6 \cdot (x_5 - x_1) \end{aligned}$$

Při zachování kladného směru číslování bodů platí obecně (L´Huillierův vzorec):

$$2 \cdot P = \sum_{i=1}^{n} y_i \cdot (x_{i-1} - x_{i+1})$$

$$2 \cdot P = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot (y_{i+1} - y_{i-1})$$