

SYLABUS 10. PŘEDNÁŠKY Z INŽENÝRSKÉ GEODÉZIE

(Přechodnice, přechodnicové a výškové oblouky)

**3. ročník bakalářského studia
studijní program G
studijní obor G**

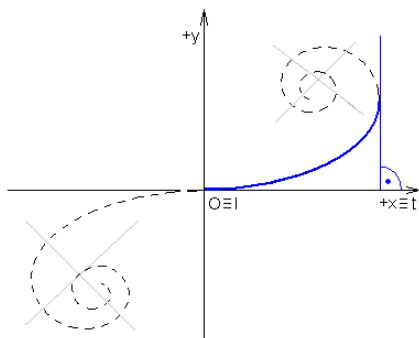
doc. Ing. Jaromír Procházka, CSc.

prosinec 2015

11.3. PŘECHODNICE A PŘECHODNICOVÝ OBLOUK

S ohledem na eliminaci příčného rázu účinkem odstředivé síly, působící na rychle jedoucí vozidlo při změně směru z přímé do oblouku a zaručení plynulého přechodu z přímého úseku do kružnicového oblouku o poloměru R , vkládá se mezi přímý úsek a kružnicový oblouk (popř. mezi 2 kružnice různých poloměrů) přechodnice, což je křivka plynule měnící svou křivost k z nulové hodnoty na hodnotu poloměru R , tedy $k = \frac{1}{\infty}$ až $\frac{1}{R}$ (přednáška č.8).

Jako přechodnice se používá klotoida u silničních staveb (a v současnosti často i u železnic), kubická parabola u železnic a lemniskáta u vodních toků. Za přechodnici se používaly i jiné křivky, např. kružnice s větším poloměrem (tzv. Oerleyho přechodnice), část sinusoidy apod. Z hlediska umístění se rozeznávají *přechodnice krajní* (mezi přímkou a kružnicí) a *mezilehlá* u složeného stejnosměrného oblouku. Je-li délka kružnicového oblouku nulová, vzniká tzv. průběžný přechodnicový oblouk. Jako přechodnice se používá vždy pouze část křivky, vymezená na začátku bodem kde je křivost nulová ($0 \equiv 1$) a na konci bodem, ve kterém tečna ke křivce svírá s osou $+x$ nejvýše pravý úhel. V obrázku č.1 je použitelná část klotoidy vyznačena modrou zesílenou čarou (záporná větev klotoidy a další část kladné větve se neuvažují).



Obr.1 Klotoida - kladná a záporná větev

11.3.1. Klotoida (silniční stavitelství)

Klotoida je křivka, jejíž křivost roste lineárně s délkou oblouku. Její přirozená rovnice má tvar:

$$k = a \cdot s, \quad (11.85)$$

kde k je křivost křivky v daném bodě $k = 1/r$,

s je délka křivky,

a je parametr klotoidy (konstanta) a je větší než nula.

V silničním stavitelství se používá označení s velkými písmeny a rovnice ve tvaru:

$$L \cdot R = A^2, \quad (11.86)$$

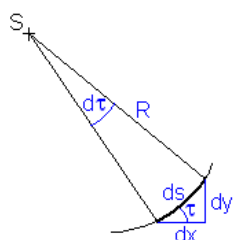
kde L je délka přechodnice (křivky) od bodu TP,

R je poloměr křivosti v daném bodě,

A je parametr (veličina určující rychlost změny poloměru křivosti; čím menší A , tím rychleji se zmenšuje poloměr křivosti).

11.3.1.1. Odvození hlavních prvků přechodnice - klotoidy

Pravoúhlé souřadnice libovolného bodu klotoidy od tečny v inflexním bodě (obr.1) se počítají z parametrických rovnic křivky (klotoidy), kde parametrem je délka oblouku. Při splnění známých předpokladů pro definici křivky se vychází z přirozené rovnice křivky a vhodně se volí souřadnicová soustava. Její počátek se vkládá do inflexního bodu klotoidy ($0 \equiv 1$) a poloosa $+x$ do tečny v tomto bodě (obr.1). Protože se jedná o křivku rovinnou, je její druhá křivost $^2k = 0$, součtové konstanty jsou rovněž nulové vzhledem k volbě počátku a předpokládá se použití pouze části kladné větve klotoidy. Uvažuje se matematická souřadnicová soustava.



Obr.2 Diferenciální vztahy

Pak je možno napsat diferenciální rovnice pro délku křivky (obr.2):

$$ds = R \cdot d\tau. \quad (11.87)$$

a její souřadnicové složky:

$$dx = ds \cdot \cos \tau, \quad (11.88)$$

$$dy = ds \cdot \sin \tau. \quad (11.89)$$

Z rovnice pro délku křivky plyne:

$$d\tau = \frac{1}{R} ds = {}^1k \cdot ds \quad (11.90)$$

a odtud:

$$\tau = \int_0^s {}^1k \cdot ds. \quad (11.91)$$

Pro klotoidu potom platí:

${}^1k = \frac{L}{A^2}$ a po dosazení do předchozí rovnice a nahrazení $ds = dL$ bude:

$$\tau = \int_0^L \frac{L}{A^2} \cdot dL \quad (11.92)$$

a po integraci:

$$\tau = \frac{L^2}{2A^2}. \quad (11.93)$$

Z diferenciálních rovnic pro souřadnicové složky se získají parametrické rovnice klotoidy:

$$x = \int_0^L \cos \frac{L^2}{2A^2} \cdot dL \quad (11.94)$$

a

$$y = \int_0^L \sin \frac{L^2}{2A^2} \cdot dL. \quad (11.95)$$

Pro integraci se funkce sinus a kosinus nahradí rozvojem v řadu:

$$\cos \frac{L^2}{2A^2} = 1 - \frac{L^4}{4 \cdot 2! \cdot A^4} + \frac{L^8}{16 \cdot 4! \cdot A^8} - \quad (12) \quad (11.96)$$

a

$$\sin \frac{L^2}{2A^2} = \frac{L^2}{2A^2} - \frac{L^6}{8 \cdot 3! \cdot A^6} + \frac{L^{10}}{32 \cdot 5! \cdot A^{10}} - \quad (14). \quad (11.97)$$

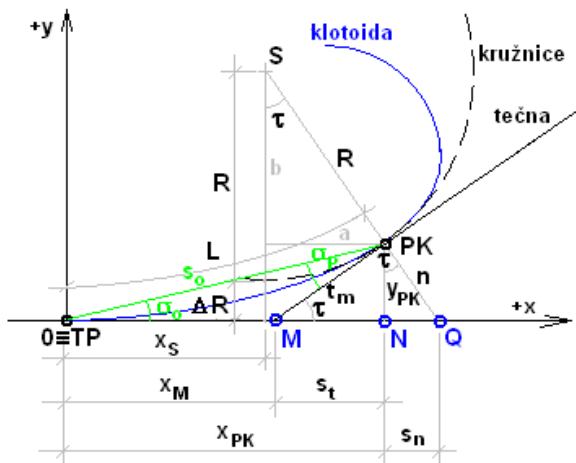
Po dosazení a integraci se získají parametrické rovnice klotoidy:

$$x = L - \frac{L^5}{5 \cdot 8 \cdot A^4} + \frac{L^9}{9 \cdot 16 \cdot 24 \cdot A^8} - \quad (13), \quad (11.98)$$

$$y = \frac{L^3}{3 \cdot 2 \cdot A^2} - \frac{L^7}{7 \cdot 48 \cdot A^6} + \frac{L^{11}}{11 \cdot 32 \cdot 120 \cdot A^{10}} - \quad (15), \quad (11.99)$$

kde členy v závorkách jsou součty zbytků nekonečných řad.

Z uvedených parametrických rovnic se získají pravoúhlé souřadnice podrobných bodů klotoidy, včetně konce přechodnice PK (přechodnice – kružnice), a to od bodu TP (tečna – přechodnice), který je totožný s inflexním bodem klotoidy v lokální souřadnicové soustavě s osou $+x$ ležící v tečně, procházející bodem TP (obr.3).



Obr.3 Hlavní prvky přechodnice (klotoidy)

Pro možnost vložení přechodnice mezi přímkou a kružnicí (obr.3), je nutno při zachování tečen odsadit kružnici o ΔR . Dalšími hlavními prvky přechodnice (obr.3) jsou souřadnice koncového bodu přechodnice x_{PK} , y_{PK} , souřadnice x_s , y_s středu oskulační kružnice S v bodě PK, délka tečny t_m (mezi body M a PK), délka subtangenty s_t (mezi body M a N), délka normály n (mezi body Q a PK) a délka subnormály s_n (mezi body N a Q).

Odsazení oblouku ΔR se vypočte ze vztahu (obr.3):

$$\begin{aligned} \Delta R &= y_{PK} + b - R, \\ \Delta R &= y_{PK} - R \cdot (1 - \cos \tau), \end{aligned} \quad (11.100)$$

kde y_{PK} se vypočte z odpovídající parametrické rovnice klotoidy a úhel τ z rovnice na str.3 (v obloukové míře).

Souřadnice koncového bodu přechodnice PK se vypočtou z parametrických rovnic klotoidy pro délku přechodnice L , která se obvykle volí v metrech rovna návrhové rychlosti v km/hod (např. pro návrhovou rychlost 100 km/hod bude $L = 100m$).

Souřadnice středu oskulační kružnice v koncovém bodě přechodnice PK se určí dle obrázku č.3:

$$x_s = x_{PK} - a,$$

$$x_s = x_{PK} - R \cdot \sin \tau. \quad (11.101)$$

Délka tečny t_m se vypočítá z pravoúhlého trojúhelníka M,N,PK:

$$t_m = \frac{y_{PK}}{\sin \tau}, \quad (11.102)$$

délka subtangenty s_t ze stejného trojúhelníka:

$$s_t = y_{PK} \cdot \cotg \tau. \quad (11.103)$$

Délka normály n z trojúhelníka N,Q,PK:

$$n = \frac{y_{PK}}{\cos \tau} \quad (11.104)$$

a délka subnormály s_n z téhož trojúhelníka:

$$s_n = y_{PK} \cdot \tan \tau. \quad (11.105)$$

Úhel mezi tětivou a tečnou σ_o (obr.3) se vypočte ze souřadnic bodu PK:

$$\tan \sigma_o = \frac{y_{PK}}{x_{PK}}, \quad (11.106)$$

úhel mezi tětivou a „malou“ tečnou σ_P :

$$\sigma_P = \tau - \sigma_o. \quad (11.107)$$

Délka tětivy s_o z pravoúhlého trojúhelníka TP,N,PK např. Pythagorovou větou ze souřadnic bodu PK.

Uvedené vzorce je možno upravit rozvojem v řadu s tím, že zpravidla (s ohledem na požadovanou přesnost výpočtu) stačí první, popř. i druhý člen řady. Nejčastěji používaný je vztah pro výpočet ΔR :

$$\Delta R = \frac{L^3}{24 \cdot A^2} - \left(\frac{L^7}{2688 \cdot A^6} \right) + (11). \quad (11.108)$$

11.3.1.2. Výpočet vytyčovacích prvků kružnice s krajními přechodnicemi (průběžný klotoidický oblouk)

Klotoida se používá jako přechodnice ke kružnicovému oblouku (obr.4), řidčeji jako průběžný klotoidický oblouk (přímo na sebe navazují dvě větve přechodnice), pro který platí stejné vzorce, kromě vzorce pro délku oblouku.

Označení hlavních bodů kružnicového oblouku s krajními přechodnicemi je analogické jako u kružnicového oblouku. Tedy:

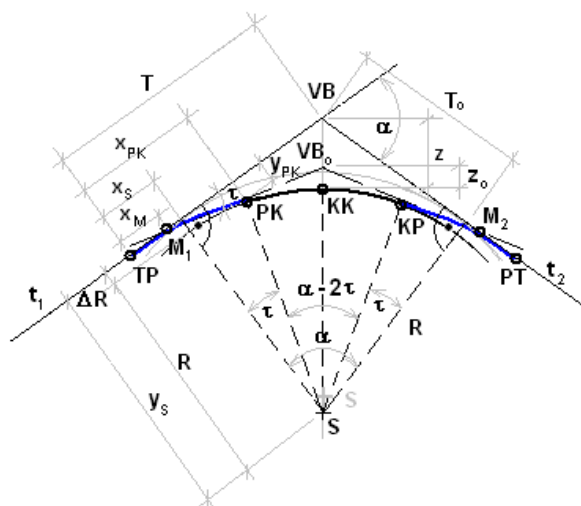
TP (ZP) tečna – přechodnice (silnice), začátek přechodnice (železnice),

PK (KP≡ZO) přechodnice – kružnice, konec přechodnice ≡ začátek oblouku,

KK (VO) kružnice – kružnice, vrchol oblouku,

KP (KO≡ZP) kružnice – přechodnice, konec oblouku ≡ začátek 2.větve přechodnice),

PT (KP) přechodnice – tečna, konec 2.větve přechodnice.



Obr.4 Kružnicový oblouk s krajními přechodnicemi

Jak již bylo zmíněno je nutno pro možnost vložení přechodnice mezi přímkou a kružnicí, a to při zachování tečen a také poloměru kružnicového oblouku, odsadit kružnici od tečen o ΔR . Toho se docílí posunem středu kružnice po ose tečen. V obrázku č.4 je zakreslen šedě střed původní kružnice, která je rovněž nakreslena šedou barvou. Posunutý střed i odsunutá kružnice jsou zobrazeny černě. S ohledem na návrhovou rychlost komunikace se volí délka přechodnice, přičemž zhruba polovinou přechodnice se nahradí oblouk kružnice a druhou polovinou se nahradí tečna (v obr.4 vyznačeno modře). Středový úhel α_o ,

odpovídající kružnicovému oblouku se vypočte ze vztahu (obr.4): $\alpha_o = \alpha - 2\tau$. (1

Délka tečny T se vypočte ze vztahu (obr.4):

$$T = T_o + x_s = (R + \Delta R) \cdot \tan \frac{\alpha}{2} + x_s , \quad (11.110)$$

kde T_o je počítáno z pravoúhlého trojúhelníka S, pata kolmice, VB a rovnice pro výpočet x_s je odvozena na str.4.

Vzdálenost z půlícího bodu oblouku KK od vrcholu „velkých“ tečen VB je počítána ze stejného trojúhelníka a po úpravě je dána vzorcem (obr.4):

$$z = (R + \Delta R) \cdot \left(\frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2}} - 1 \right) + \Delta R . \quad (11.111)$$

Vzdálenost z_o půlícího bodu oblouku KK od vrcholu „malých“ tečen VB_o je počítána z trojúhelníka S,PK,VB_o a po úpravě je dána vzorcem (obr.4):

$$z_o = R \cdot \left(\frac{1}{\cos \frac{\alpha_o}{2}} - 1 \right) . \quad (11.112)$$

Souřadnice x_{KK} , y_{KK} půlícího bodu oblouku KK se vypočtou (obr.4):

$$x_{KK} = R \cdot \sin \frac{\alpha}{2} + x_s , \quad (11.113)$$

$$y_{KK} = R \cdot \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) + \Delta R . \quad (11.114)$$

Souřadnice x_M bodů M_i (průsečík „velké“ a „malé“ tečny) se určí (obr.3 a 4):

$$x_M = x_{PK} - s_t = x_{PK} - y_{PK} \cdot \cot \tau . \quad (11.115)$$

Délka oblouku o se vypočte ze vztahu:

$$o = 2L + \frac{R}{\rho} \cdot (\alpha - 2\tau) , \quad (11.116)$$

v případě průběžného klotoidického oblouku:

$$o = 2L . \quad (11.117)$$

11.3.1.3. Vytyčení podrobných bodů přechodnice (klotoidy)

Pravoúhlé souřadnice od tečny se vypočtou z parametrických rovnic klotoidy pro x a y , kde se za L dosazuje volený úsek (délka) přechodnice od bodu TP.

Polární souřadnice od tečny se vypočtou z pravoúhlých souřadnic nebo se použije vzorců pro výpočet směrníku σ_o a délky tětivy s_o k podrobnému bodu klotoidy, s využitím volené délky L .

11.3.1.4. Vytyčení normály k přechodnici

Směr normály ke křivce v daném bodě je třeba znát při vytyčování příčných řezů. V koncovém bodě klotoidy PK je nejjednodušším způsobem vytyčení délky subnormály s_n na tečně, a to od paty kolmice N (spuštěné z bodu PK) do bodu Q (obr.3). Směr normály udává směr spojnice Q,PK. Vztah pro výpočet s_n je uveden na str.4, (11.105)

Pro libovolný podrobný bod P je vytyčení průsečíku normály s tečnou zcela analogické s tím, že pro zvolený úsek přechodnice L_P se parametrickými rovnicemi vypočtou pravoúhlé souřadnice x_P , y_P a úhel β , odpovídající výpočtu úhlu τ pro celou délku přechodnice:

$$\beta = \frac{L_P^2}{2 \cdot A^2} . \quad (11.118)$$

V literatuře [IG1 Michalčák a kol., IG1b Novák, Vosika skripta] jsou uvedeny i další možnosti vytyčení směru normály.

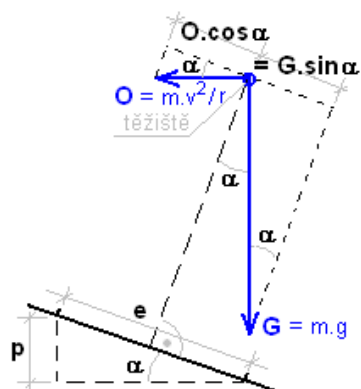
11.3.2. Kubická parabola (železniční stavitelství)

Kubická parabola se používá v železničním stavitelství (v současnosti je již nahrazována klotoidou) a její rovnice má tvar:

$$y = a \cdot x^3 \quad (11.119)$$

11.3.2.1. Odvození převýšení vnější kolejnice

Při odvození kubické paraboly jako přechodnice se v železničním stavitelství volí délka přechodnice rovna délce vzestupnice ve vnější kolejnici. Přitom převýšení vnější kolejnice se volí tak, aby složky odstředivé síly a síly tíže, působící na jedoucí vozidlo v oblouku, se vzájemně rušily. Jsou to složky, které jsou kolmé k svislé ose vozidla v jeho těžišti (obr.5).



Legenda:

- O** - odstředivá síla
- G** - síla tíže
- α** - úhel příčného sklonu koleje
- p** - převýšení vnější kolejnice
- e** - rozchod koleje
- m** - hmotnost vozidla
- g** - tíhové zrychlení
- v** - rychlost
- r** - poloměr kružnice

Obr.5 Převýšení vnější kolejnice

Za výše uvedeného předpokladu platí (obr.5):

$$G \cdot \sin \alpha = O \cdot \cos \alpha, \quad (11.120)$$

po dosazení

$$g \cdot m \cdot \sin \alpha = \frac{m \cdot v^2}{r} \cdot \cos \alpha. \quad (11.121)$$

Pro $\alpha \rightarrow 0$ platí, že $\cos \alpha \approx 1$ a odtud:

$$\sin \alpha = \frac{v^2}{g \cdot r}. \quad (11.122)$$

Z obrázku č.5 platí:

$$\sin \alpha = \frac{p}{e} \quad (11.123)$$

$$p = \frac{e \cdot v^2}{g \cdot r}. \quad (11.124)$$

a po dosazení a úpravě:

Dosadí-li se za rychlost v (m/sec) rychlost V (v km/hod), za rozchod koleje $e \approx 1,5$ m, za tíhové zrychlení $g = 9,8$ m/sec² a poloměr kružnice r (v m), bude platit pro tzv. „teoretické“ převýšení p_t vztah:

$$p_t \approx 12 \cdot \frac{V^2}{r}. \quad (11.125)$$

Vzhledem k tomu, že průměrná provozní rychlost na trati je nižší než teoretická (osobní, ale i nákladní vlaky), používá se v praxi (s ohledem na rovnoměrné opotřebení obou kolejnic) tzv. „normální“ převýšení p , které je dvoutřetinové.

Tedy
$$p \approx 8 \cdot \frac{V^2}{r}. \quad (11.126)$$

Maximální převýšení $p_{max} = 150$ mm, a to z důvodu bezpečnosti při zastavení vlaku v oblouku (nebezpečí převrácení vlaku).

11.3.2.2. Odvození kubické paraboly jako přechodnice

Jak již bylo zmíněno, volí se u ČSD vzestupnice u vnější kolejnici a její rozvinutá délka je rovna délce přechodnice (obr.6). Z podobnosti trojúhelníků platí pro libovolný bod:

$$\frac{p_x}{x} = \frac{p}{l} = \frac{1}{n} \quad (11.127)$$

kde l je délka přechodnice. Odtud platí:

$$l = p \cdot n \quad (11.128)$$

a na železnici se volí $n = 8V$ až $10V$ pro V v km/hod.

Rovnici (11.126) lze napsat, za předpokladu, že V je konstantní, ve tvaru:

$$p_x = \frac{C_0}{\rho}, \quad (11.129)$$

kde p_x je převýšení v bodě P,

ρ je poloměr křivosti v bodě P,

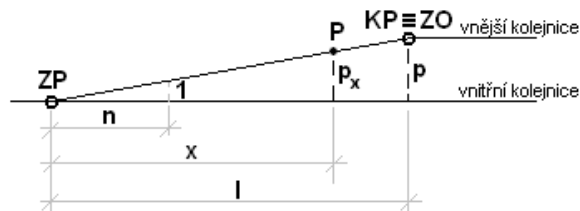
C_0 je konstanta.

Z rovnice (11.127) platí:

$$x = p_x \cdot n \quad (11.130)$$

a po dosazení za p_x bude:

$$x = \frac{C_0 \cdot n}{\rho} = \frac{C}{\rho}. \quad (11.131)$$



Obr.6 odvození kubické paraboly

Odtud lze napsat vztah pro poloměr křivosti ρ v bodě P vztahem:

$$\rho = \frac{C}{x}. \quad (11.132)$$

Z diferenciální geometrie jsou známy vzorce pro poloměr křivosti v libovolném bodě křivky a pro délku křivky:

$$\rho = \frac{(1+y'^2)^{3/2}}{y''} \quad ; \quad s = \int (1 + y'^2)^{1/2} \cdot dx. \quad (11.133)$$

$$\text{Odtud platí:} \quad \frac{ds}{dx} = (1 + y'^2)^{1/2} \quad \text{a} \quad y'' = \frac{d^2y}{dx^2}. \quad (11.134)$$

Potom poloměr křivosti v libovolném bodě je možno vyjádřit vzorcem:

$$\rho = \frac{\left(\frac{ds}{dx}\right)^3}{\frac{d^2y}{dx^2}}. \quad (11.135)$$

Protože přechodnice v používaném rozsahu je velmi plochá křivka, je možno s tímto omezením uvažovat, že $ds \approx dx$, čímž se předchozí vzorec zjednoduší na tvar:

$$\rho = \frac{1}{\frac{d^2y}{dx^2}}. \quad (11.136)$$

Jelikož v uvažovaném intervalu platí, že křivka je stále rostoucí (ryze monotónní), lze použít inverzní funkce:

$$\rho = \frac{dx^2}{d^2y} \quad (11.137)$$

$$\text{a po dosazení za } \rho \text{ z rovnice (***) bude: } \frac{C}{x} = \frac{dx^2}{d^2y}. \quad (11.138)$$

$$\text{Odtud vyplývá:} \quad d^2y = \frac{1}{C} \cdot x \cdot dx^2 \quad (11.139)$$

$$\text{a integrací se získá vztah pro } y: \quad y = \frac{1}{C} \int (\int x \cdot dx) \cdot dx = \frac{x^3}{6C}. \quad (11.140)$$

$$\text{Konstanta } C \text{ se určí z rovnice (11.132), odkud platí: } C = x \cdot \rho, \quad (11.141)$$

Což znamená, že součin poloměru křivosti ρ a délky v tečně x je konstantní. V koncovém bodě přechodnice platí $\rho = r$ a $x = l$ (l je délka přechodnice v tečně). Potom:

$$C = l \cdot r \quad (11.142)$$

$$\text{a rovnice kubické paraboly má tvar:} \quad y = \frac{x^3}{6 \cdot l \cdot r}. \quad (11.143)$$

Vzhledem k tomu, že délka přechodnice v ose s a v tečně l se od sebe poněkud liší, mění se v koncovém bodě přechodnice $KP \equiv ZO$ křivost skokem (křivost kružnice neodpovídá křivosti kubické paraboly). Proto se do vzorce vkládá opravný koeficient γ , který tento nedostatek částečně snižuje:

$$\gamma = \frac{1}{\cos \lambda}. \quad (11.144)$$

Rovnice křivky používané u ČSD jako přechodnice má pak tvar:

$$y = \gamma \cdot \frac{x^3}{6 \cdot l \cdot r}, \quad (11.145)$$

kde λ je úhel tečny přechodnice v koncovém bodě (obr.7),

x, y jsou pravoúhlé souřadnice podrobných bodů na přechodnici (obr.7),

l je délka přechodnice v tečně $l = p \cdot (8 \text{ až } 10) \cdot V$,

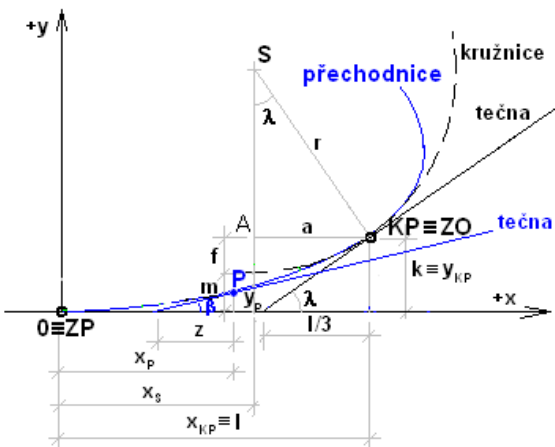
r je poloměr křivosti v koncovém bodě přechodnice.

Poloměr křivosti r se volí podle místních poměrů (konfigurace terénu, zástavba apod.) a podle návrhové rychlosti (pro určitou návrhovou rychlost je stanoven minimální poloměr $r_{min} = 8V^2/150$), s ohledem na platné předpisy.

Přechodnice se vkládá do oblouku, je-li $r < V^2/4$.

11.3.2.3. Odvození hlavních prvků přechodnice – kubické paraboly

Obdobně jako u klotoidy je nutno pro možnost vložení přechodnice mezi přímkou a kružnicí (obr.7), při zachování tečen odsadit kružnici o m . Dalšími hlavními prvky přechodnice (obr.7) jsou souřadnice koncového bodu přechodnice x_{KP} , y_{KP} , souřadnice x_S , y_S středu oskulační kružnice S v bodě $KP \equiv ZO$, délka subtangenty z a úhel λ .



Obr. 7 Hlavní prvky přechodnice (kubická parabola)

Pořadnice v koncovém bodě přechodnice $y_{KP} = k$:

$$k = \gamma \cdot \frac{x_{KP}^3}{6rl} = \gamma \cdot \frac{l^2}{6r} \quad (11.146)$$

Tečna v bodě P (úhel β) a subtangenta z :

$$\tan \beta = y' = \gamma \cdot \frac{x_P^2}{2rl}, \quad (11.147)$$

$$\tan \beta = \frac{y_P}{z} = \gamma \cdot \frac{x_P^3}{6rlz} \quad (11.148)$$

Porovnáním pravých stran obou rovnic se po úpravě získá vztah pro subtangentu:

$$z = \frac{x_P}{3} \quad (11.149)$$

Pro koncový bod KP je $x = l$ a potom platí: $z_{KP} = \frac{l}{3}$ (11.150)

Odsazení oblouku kružnice m :

$$m = k - f = k - r \cdot (1 - \cos \lambda), \quad (11.151)$$

kde $f = r \cdot (1 - \cos \lambda)$. Hrubou kontrolou je platnost vztahu $m \approx k/4$.

Úhel λ se vypočítá pomocí tangenty:

$$\tan \lambda = \frac{k}{\frac{l}{3}} = \gamma \cdot \frac{l}{2r} \quad (11.152)$$

Po dosazení za γ se po jednoduché úpravě obdrží vzorec:

$$\sin \lambda = \frac{l}{2r} \quad (11.153)$$

Úhel λ se počítá jako první veličina z daných hodnot l a r . potom se určí koeficient γ .

Souřadnice středu oskulační kružnice v bodě KP :

$$x_S = l - a; \quad y_S = r + m = k + r \cdot \cos \lambda, \quad (11.154)$$

kde a se určí z trojúhelníka A, KP, S :

$$a = r \cdot \sin \lambda \quad (11.155)$$

Po dosazení za a a nahrazení $\sin \lambda$ se získá vztah:

$$x_S = l - \frac{l}{2} = \frac{l}{2} \quad (11.156)$$

Délka přechodnice v ose koleje l_o :

Délku lze vypočítat integrací vzorce pro délku křivky v libovolném bodě (str.8), a to použitím binomické řady. Po integraci a úpravě se získá vzorec:

$$l_o = l \left[1 + \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{\gamma \cdot l}{2r} \right)^2 - \frac{1}{72} \cdot \left(\frac{\gamma \cdot l}{2r} \right)^4 + \frac{1}{208} \cdot \left(\frac{\gamma \cdot l}{2r} \right)^6 - (8) \right] \quad (11.157)$$

11.3.2.4. Vytyčování podrobných bodů na přechodnici

Podrobné body přechodnice se vytyčují buď pravouhlými souřadnicemi od tečny ke zvolené délce úsečky (zpravidla 5 nebo 10 m) nebo se přechodnice dělí na části (čtvrtiny, šestiny apod.) tak, aby úseky byly v rozmezí 5 až 10 m.

V prvním případě se ke zvolené délce úsečky $x_P \equiv l_P$ vypočte kolmice y_P ze vztahu:

$$y_P = \gamma \cdot \frac{x_P^3}{6r \cdot l} \quad (11.158)$$

Z pravoúhlých souřadnic lze jednoduše vypočítat prvky pro polární vytyčení. Ve druhém případě se rovnice (11.145) vynásobí l^2/l^2 a upraví na tvar:

$$y_P = \gamma \cdot \frac{x_P^3}{6lr} = \gamma \cdot \frac{l^2}{6r} \cdot \left(\frac{x_P}{l}\right)^3 = k \cdot a, \quad (11.159)$$

kde k je délka kolmice v koncovém bodě přechodnice,
 a je konstanta, kterou je možno tabelovat pro různé podíly x_P / l .

11.3.2.5. Výpočet vytyčovacích prvků oblouku s krajními přechodnicemi (průběžný přechodnicový oblouk)

Výpočet i postup vytyčení je obdobný jako u klotoidy (obr.8).

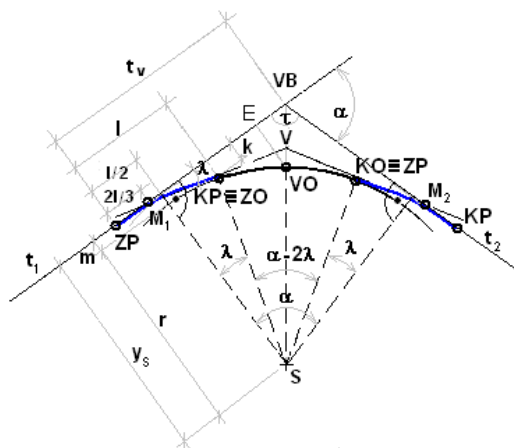
Délka „velké“ tečny t_v :

$$t_v = (r + m) \cdot \tan \frac{\alpha}{2} + \frac{l}{2}. \quad (11.160)$$

Pravoúhlé souřadnice bodu $KP \equiv ZO$:

$$x_{KP} = l; \quad y_{KP} = k = \gamma \cdot \frac{l^2}{6r}. \quad (11.161)$$

Vytyčení půlícího bodu oblouku VO :



Obr.8 Kružnicový oblouk s krajními přechodnicemi (ČSD)

Polárně z bodu VB :

$$\text{délka: } \overline{VB, VO} = \frac{r+m}{\cos \alpha/2} - r; \quad (11.162)$$

$$\text{úhel: } \tau/2 = \frac{1}{2}(200-\alpha). \quad (11.163)$$

Pravoúhlými souřadnicemi od ZP po tečně:

$$\overline{ZP, E} = r \cdot \sin \alpha/2 + \frac{l}{2}; \quad (11.164)$$

$$\overline{E, VO} = r \cdot (1 - \cos \alpha/2) + m. \quad (11.165)$$

Vytyčení tečny v bodě $KP \equiv ZO$:

Tečnu je možno vytyčit jako spojnici bodů KP a M , přičemž bod M leží na „velké“ tečně, ve vzdálenosti $2l/3$ od bodu ZP nebo úhlem λ na bodě KP od rovnoběžky s „velkou“ tečnou (obr.8).

Délka oblouku v ose:

$$d_o = 2l_o + r \cdot \frac{(\alpha-2\lambda)}{\rho}. \quad (11.166)$$

11.4. VÝŠKOVÉ OBLOUKY

S ohledem na eliminaci dynamických účinků jízdy na vozidlo, zvýšení bezpečnosti jízdy a dosažení patřičného rozhledu pro zastavení vozidla před překážkou, popř. pro bezpečné předjíždění, zaoblují se lomy nivelety výškovými oblouky.

K zaoblení nivelety se používá u silničních staveb paraboly, u železničních staveb kružnicového oblouku, popř. při malých délkách zaoblení též kvadratické paraboly.

Středové úhly α výškových oblouků jsou velmi malé a poloměry zaoblení (oskulační kružnice) velké (předepsáno ČSN). Nejmenší dovolené poloměry vypuklých oblouků s ohledem na návrhovou rychlost jsou od 1 000 m do 10 000 m pro bezpečné zastavení a 3 000 m až 30 000 m pro předjíždění. U vydutých oblouků, kde je viditelnost lepší, než v přímém úseku, se poloměry pohybují od 700 m do 5 000 m.

11.4.1. Parabola 2. stupně (kvadratická)

Kvadratická parabola je definována jako rovinná křivka, jejíž každý bod P_i je od daného bodu (ohniska F) a od dané přímky (řídící přímka d) stejně vzdálen, přičemž daný bod neleží na dané přímce.

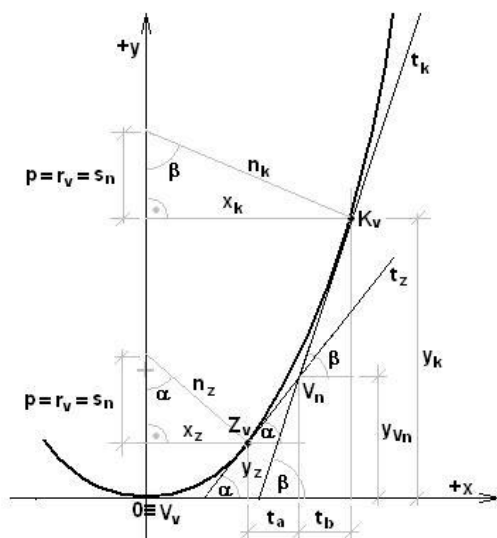
Délka tečny (průmětu tečny do osy x) t (obr.11):

$$t = t_a = t_b = \frac{1}{2} \cdot (x_k - x_z) = \frac{r_v}{2} \cdot (\tan \beta - \tan \alpha). \quad (11.176)$$

Dosadí-li se za $\tan\alpha$ a $\tan\beta$ sklon s_i v procentech (stoupání se znaménkem +, klesání -), pak rovnice pro t bude ve tvaru:

$$t = (s_2 - s_1) \cdot r_n / 200. \quad (11.177)$$

Výška začátku a konce výškového oblouku



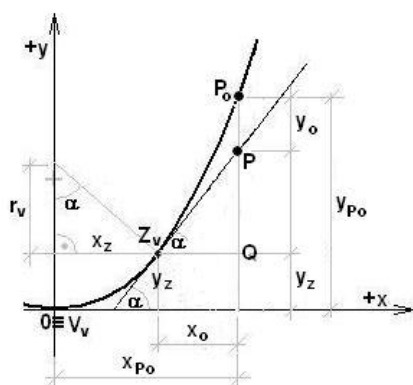
Obr.11 Výška začátku a konce výškového oblouku

$$y_Z = y_{Vn} - t \cdot \tan \alpha = y_{Vn} - \frac{t \cdot s_1}{100}, \quad (11.178)$$

$$y_K = y_{Vn} + t \cdot \tan \beta = y_{Vn} + \frac{t \cdot s_2}{100}, \quad (11.179)$$

kde s_j je sklon v % s uvážením znaménka.

Výška podrobného bodu



Obr.12 Výška začátku a konce výškového oblouku

Výška podrobného bodu se počítá pomocí výšky bodu P na tečně a vzdálenosti P, P_0 (obr.12):

$$y_{\rho} = y_{p\rho} - y_z - PQ \text{ ,} \quad (11.180)$$

po dosazení:

$$y_o = \frac{x_{P_o}^2 - x_Z^2}{2r_n} - x_o \cdot \tan \alpha \quad (11.181)$$

a úpravě:

$$y_o = \frac{(x_Z + x_o)^2 - x_Z^2}{2r_n} - \frac{x_o \cdot x_Z}{r_n} . \quad (11.182)$$

Odtud:

$$y_o = \frac{x_o^2}{2r_n} + \frac{x_o \cdot x_Z}{r_n} - \frac{x_o \cdot x_Z}{r_n} = \frac{x_o^2}{2r_n}. \quad (11.183)$$

Výška bodu P_0 se potom vypočte z rovnice:

$$V_{Po} = V_P \pm y_o = V_Z + \frac{x_o \cdot s}{100} \pm y_o \text{ ,} \quad (11.184)$$

kde V_z je výška začátku oblouku,

s - podélný sklon v % ($\pm$),

y_0 - převýšení od bodu P na tečně (+ pro vydutý, - pro vypuklý oblouk),

x_0 - průmět vzdálenosti od Z_v k P_0 do osy x .