

SYLABUS 5. PŘEDNÁŠKY Z INŽENÝRSKÉ GEODÉZIE

(Měření a vytyčování úhlů a svislic)

**3. ročník bakalářského studia
studijní program G
studijní obor G**

doc. Ing. Jaromír Procházka, CSc.

listopad 2015

5. ÚHLOVÉ MĚŘENÍ A JEHO PŘESNOST

5.1. ZÁKLADNÍ POJMY

- **Záměra** - paprsek, vycházející z dalekohledu na daný cíl; je bez číselného údaje.
- **Směr** – záměra označená úhlovou hodnotou. Je to úhel od libovolného počátku, který nemusí být signalizován.
- **Směrník** – hodnota získaná výpočtem. Je to úhel počítaný od kladné poloosy +x souřadnicové soustavy, ve směru otáčení hodinových ručiček.
- **Úhel** - rozdíl úhlových údajů mezi dvěma směry.

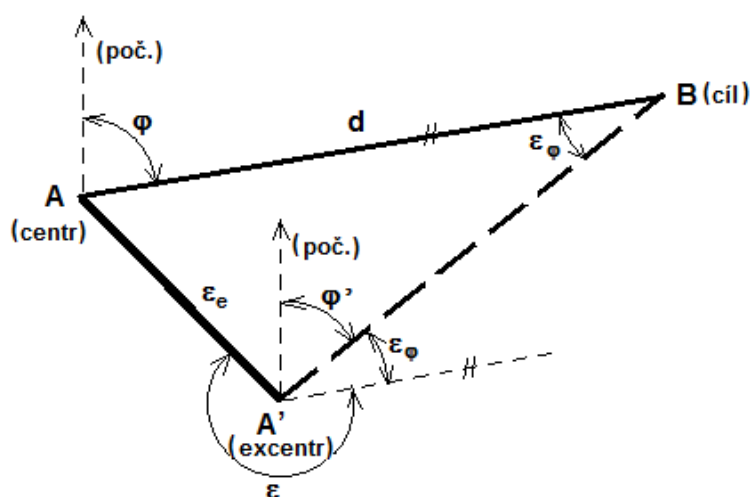
5.2. PRAMENY CHYB PŘI MĚŘENÍ A VYTYČOVÁNÍ ÚHLŮ

Uplatňují se vlivy systematické i náhodné. Při zvyšování přesnosti úhlového měření roste význam systematických chyb, které byly u méně přesných měření skryty. Jedná se především o následující chyby:

- chyba v dostředění přístroje,
- chyba v dostředění cíle,
- chyba ve čtení,
- chyba v cílení,
- přístrojové vady.

5.2.1. Chyba v dostředění přístroje a cíle

Vliv chyby v dostředění přístroje na měřený směr



Obr.1 Vliv chyby v dostředění přístroje na měřený směr

Z obrázku 1 platí: $\varphi = \varphi' + \varepsilon_\varphi$. Z trojúhelníka A,B,A' se vypočte ε_φ :

$$\varepsilon_\varphi = \varepsilon_e \cdot \frac{\sin(400-\varepsilon)}{d} = \frac{-\varepsilon_e \cdot \sin \varepsilon \cdot \rho}{d}, \quad (5.1)$$

kde ε je úhel excentricity,

ε_e - excentricita (náhodná odchylka v dostředění),

ε_φ - náhodná odchylka měřeného směru,

d - délka záměry.

Směrodatná odchylka σ_φ potom bude:

$$\sigma_\varphi = \frac{\sigma_e \cdot \rho \cdot \sin \varepsilon}{d}, \quad (5.2)$$

kde σ_e je směrodatná odchylka dostředění přístroje na stanovisku.

Maximální vliv má chyba v dostředění při úhlu $\varepsilon = 100$ a 300 gon, kdy $\sin \varepsilon = 1$:

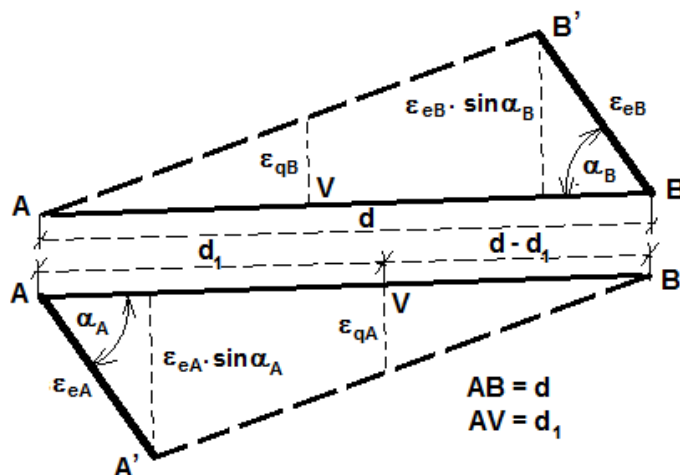
$$\sigma_\varphi = \frac{\sigma_e \cdot \rho}{d}. \quad (5.3)$$

Uvažuje-li se průměrná hodnota $\varepsilon = 50$ gon, pak $\sin \varepsilon = \sqrt{2}/2$ a vztah (5.3) se upraví na tvar:

$$\sigma_{\varphi} = \frac{\sigma_e \cdot \rho}{d \cdot \sqrt{2}}, \quad (5.4)$$

který má větší pravděpodobnost výskytu.

Vliv chyby v dostředění přístroje a cíle na vytyčovaný směr



Obr. 2 Vliv chyby v dostředění přístroje a cíle na vytyčovaný směr

Chyba ve vytyčovaném směru je závislá na vzdálenostech d a d_1 , velikosti náhodné odchylky v dostředění přístroje a cíle (excentricity) ε_{eA} , ε_{eB} a úhlu excentricity α . Náhodná odchylka v zařazení bodu do přímky ε_{qA} , (vliv chyby v dostředění přístroje) a ε_{qB} , (vliv chyby v dostředění cíle) se vypočte ze vzorce (obr.2):

$$\varepsilon_{qA} = \frac{d-d_1}{d} \cdot \varepsilon_{eA} \cdot \sin \alpha_A, \quad (5.5)$$

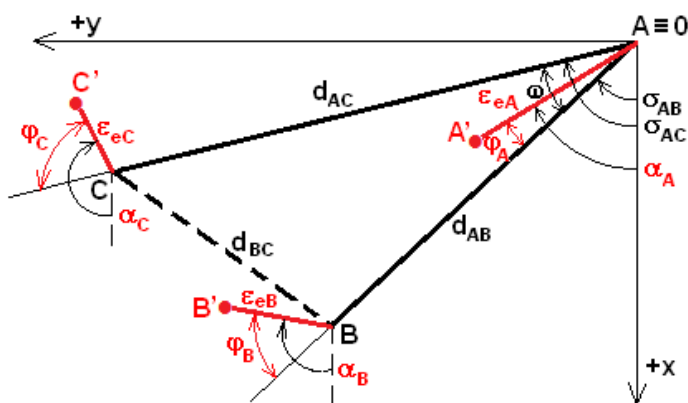
$$\varepsilon_{qB} = \frac{d_1}{d} \cdot \varepsilon_{eB} \cdot \sin \alpha_B. \quad (5.6)$$

Náhodné odchylky ε_{eA} , ε_{eB} v rovnicích (5.5) a (5.6) jsou vzájemně nezávislé, takže je možno po přechodu na směrodatné odchylky je sečíst. Směrodatná odchylka σ_q v zařazení bodu do přímky, za předpokladu, že platí $\sigma_{eA} \approx \sigma_{eB} = \sigma_e$, bude:

$$\sigma_q^2 = \sigma_{qA}^2 + \sigma_{qB}^2 = \sigma_e^2 \cdot \frac{(d-d_1)^2 \cdot \sin^2 \alpha_A + d_1^2 \cdot \sin^2 \alpha_B}{d^2}. \quad (5.7)$$

Vliv chyby v dostředění přístroje a cíle na měřený úhel ω

Tato chyba má velký význam, protože její vliv roste se zkracující se délkou záměr, což je častý případ v úlohách inženýrské geodézie. Přitom požadavky na přesnost takových měření bývají často vysoké a vliv chyby v dostředění na přesnost měřeného úhlu je rozhodující.



Obr.3 Vliv chyby v dostředění přístroje a cíle na měřený úhel

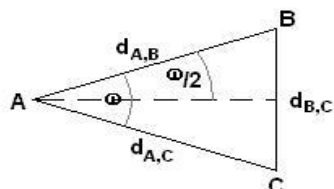
Aplikací zákona přenášení náhodných a směřodatných odchylek a za předpokladu platnosti kružnice chyb v souřadnicích stanoviska a cílů, způsobených chybami v dostředění, tedy platí, že $\sigma_{xA} \approx \sigma_{yA} = \sigma_{eS}/\sqrt{2}$ a $\sigma_{xB} \approx \sigma_{yB} \approx \sigma_{xC} \approx \sigma_{yC} = \sigma_{eC}/\sqrt{2}$, lze odvodit (obr.3) vztah, rozlišující vliv chyby v dostředění přístroje (na stanovisku – 1. člen) a cíle (2. člen):

$$\sigma_{\omega}^2 = \frac{\sigma_{eS}^2 \cdot \rho^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{d_{A,C}^2} + \frac{1}{d_{A,B}^2} - \frac{2 \cdot \cos \omega}{d_{A,C} \cdot d_{A,B}} \right) + \frac{\sigma_{eC}^2 \cdot \rho^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{d_{A,C}^2} + \frac{1}{d_{A,B}^2} \right). \quad (5.8)$$

Za předpokladu, že platí: $\sigma_{eS} \approx \sigma_{eC} = \sigma_e$ lze vzorec (5.8) zjednodušit na tvar:

$$\sigma_{\omega}^2 = \frac{\sigma_e^2 \cdot \rho^2}{2 \cdot d_{A,C}^2 \cdot d_{A,B}^2} \cdot (d_{B,C}^2 + d_{A,C}^2 + d_{A,B}^2). \quad (5.9)$$

Z rovnice 5.9) vyplývá, že směrodatná odchylka měřeného úhlu není závislá na volbě souřadnicového systému.



Obr.4 Rovnoramenný trojúhelník

Další zjednodušení vzorce (5.9) je možné za předpokladu, že obě ramena měřeného úhlu jsou přibližně stejně dlouhá (obr.4), tedy $d_{A,B} \approx d_{A,C} = d$. Potom platí:

$$\frac{d_{B,C}}{d} = 2 \cdot \sin \omega/2$$

a vzorec (5.9) se po dosazení dále zjednoduší:

$$\sigma_{\omega}^2 = \frac{\sigma_e^2 \cdot \rho^2}{d^2} \cdot (2 \cdot \sin^2 \omega/2 + 1), \quad (5.10)$$

kde první člen rovnice vyjadřuje vliv dostředění přístroje na stanovisku (v tab.5.1 označen jako (1)), druhý člen pak vliv dostředění cílových bodů (v tab.5.1 označen jako (2)). Z rovnice (5.10) lze zkoumat vliv dostředění na přesnost měřeného úhlu, s ohledem na jeho velikost. V tabulce 5.1 jsou pro vybrané úhly vypočteny koeficienty (1), (2) a σ_{ω} pro $\sigma_e = 1$ mm.

Tab.5.1 Vliv dostředění na přesnost úhlu, s ohledem na jeho velikost

ω [gon]	(1)	(2)	σ_{ω} [mgon]
200	2	1	110/d
100	1	1	90/d
50	0,3	1	72/d
10	0,01	1	64/d
0	0	1	63,6/d

V tabulce 5.1 se délka uvažuje v metrech a z tabulky plyne, že maximální vliv dostředění je na úhel 200 gon a pro úhly od 100 do 200 gon platí velmi přibližně vztah:

$$\sigma_{\omega} [\text{mgon}] \approx 100/d. \quad (5.11)$$

Pro malé úhly ω se chyba v dostředění přístroje na stanovisku neuplatní! Nulový vliv je pro úhel velikosti 0 gon.

Pozor, úvaha ovšem platí pouze za předpokladu stejně dlouhých ramen vodorovného úhlu!

Vzorec (5.11) se uplatňuje v inženýrské geodézii pro přesnost vodorovných úhlů s délkami ramen do 100 m a centrací přístroje optickým dostředovačem. Za těchto podmínek má chyba v dostředění rozhodující vliv na přesnost úhlu, měřeného vteřinovým teodolitem.

Z výše uvedených vzorců je dále možno zkoumat vliv velikosti úhlu excentricity φ_A na chybu měřeného úhlu (obr.3). Z rozborů vyplývá, že největší vliv má chyba v centraci přístroje, leží-li excentricita v ose úhlu ω , a to jak vnitřního ($\varphi_A = \omega/2$), tak vnějšího ($\varphi_A = \omega/2 + 200$ gon), naopak nulový vliv má excentricita, leží-li kolmo na osu úhlu, tedy pro $\varphi_A = \omega/2 + 100$ gon a $\varphi_A = \omega/2 + 300$ gon. Vůbec nejnepříznivější případ nastává pro excentricitu ležící v ose úhlu $\omega = 200$ gon (je kolmá na obě ramena úhlu). Svírá-li

excentricita s počátečním směrem (levým ramenem úhlu) neměnný úhel φ_A , pak největší vliv má na úhel, jehož pravé rameno je na směr excentricity kolmý.

Z uvedených závěrů vyplývá, že je nutno obzvlášť pečlivě centrovat ve směru osy úhlu, a to především u úhlů kolem 200 gon (polygonové pořady).

Přesnost dostředění různými pomůckami

Podle dosahované přesnosti dostředění lze postupy centrace rozdělit na:

- nucená centrace (koule–zděř) 0,01 mm (měření vodorovných posunů)
- nucená centrace (válec–zděř – trojpodstavcová souprava) 0,1 mm (přesná měření v sítích),
- optická centrace v jednom směru 0,3 – 0,4 mm (Adámkova metoda),
- optická centrace ve všech směrech 0,6 – 0,7 mm (práce v inženýrské geodézii),
- tuhá olovnice (centrací tyč) 1,0 mm (práce v inženýrské geodézii),
- laserová olovnice 1,0 mm (práce v inženýrské geodézii)
- olovnice 2 – 3 mm (mapování, ale i triangulace).

Přesnost dostředění je ovšem závislá na způsobu stabilizace a vyznačení bodu, které ovlivňují přesnost identifikace bodu (tesaný křížek v hlavě kamenného mezníku, váleček s vyvrtanou dírkou apod.).

5.2.2. Chyba ve čtení

Velikost chyby ve čtení je závislá především na použité čtecí pomůcce. **U opticko-mechanických teodolitů** se v současnosti používá:

- **Mřížka** – směrodatná odchylka se udává hodnotou cca $\frac{1}{4}$ hodnoty nejmenšího dílku, v závislosti na jeho optické velikosti (minutový teodolit Zeiss Theo 020A(B) má hodnotu nejmenšího dílku 10 mgon = 1° , tedy $\sigma_o = 2,5 \text{ mgon} = 25''$).
- **Koincidence** – směrodatná odchylka se udává hodnotou cca dvojnásobku hodnoty nejmenšího dílku mikrometru (pro dvouvteřinový teodolit Zeiss Theo 010A(B) s hodnotou nejmenšího dílku 0,2 mgon se uvažuje $\sigma_o = 0,4 \text{ mgon} = 4''$).

Přesnost čtení **elektronických teodolitů** je závislá na řešení čtecího zařízení. Výrobci udávají přesnost směru měřeného v jedné skupině (v laboratorních podmínkách), a to jednou hodnotou pro chybu v cílení i ve čtení. Směrodatné odchylky směru měřeného v jedné skupině se pohybují v rozmezí od 2 do 0,15 mgon, tj. $20''$ do $1,5''$.

5.2.3. Chyba v cílení

Chyba v cílení je závislá na řadě faktorů. Jsou to především:

- **Optické vlastnosti dalekohledu a kvalita teodolitu** – sem patří zvětšení, jasnost, rozlišovací schopnost, úprava a síla rysek ryskového kříže, technické a mechanické řešení teodolitu a kvalita jeho výroby.
- **Cílová značka** – přesnost cílení závisí na tvaru, velikosti a barvě cílové značky, osvětlení cíle, jeho pozadí apod. V závislosti na délce záměr a účelu měření se pro



Obr. 5 Příklad cílových značek

práce v inženýrské geodézii volí různé tvary (trojúhelník, soustředné kružnice s poloměrem a silou kresby podle délky záměr, dvě kruhové výseče otočené proti sobě, kroužek, dvojryška apod. – obr. 5).

Některé cílové značky jsou voleny pro konkrétní délku záměr (především co do velikosti – kroužek, dvojrysky), jiné vyhovují různým délkám záměr (kruhové výseče, trojúhelník, soustředné kružnice, kříž s rozšiřujícími se rameny – „motýlek“).

- **Prostředí** – přesnost cílení je ovlivněna prostředím, kterým paprsek prochází. Působením atmosférických vlivů dochází k refrakci (horizontální i vertikální) a k vibraci vzduchu. Velikost horizontální (boční) refrakce je závislá na počasí a vzdálenosti od terénu, popř. překážky. Snížení vlivu refrakce lze dosáhnout změnou podmínek při měření, např. v různých částech dne, snížení vlivu vibrace pak zvýšením počtu měření. Obě chyby mají systematický charakter, ale jsou proměnné.

Přesnost cílení může velmi nepříznivě ovlivnit překážka v záměře (větvička, list, tráva apod.), která způsobuje ohyb paprsku. V těsné blízkosti teodolitu, není při zaostření dalekohledu do dálky vidět a proto je nutno před zahájením měření cílit na jednotlivé body a přeastřovat dalekohled v celé délce záměry. Záměra musí být „čistá“.

- **Pozorovatel** - přesnost cílení závisí na zkušenostech a zrakové dispozici pozorovatele. Fyzický a psychický stav, stáří, oční vady a technika měření způsobují osobní chyby. Velmi důležité je správné zaostření jak ryskového kříže, tak i obrazu cílové značky, včetně pečlivého odstranění paralaxy ryskového kříže.

Přesnost cílení lze charakterizovat zhruba třemi hodnotami směrodatné odchylky σ_z , závislými na různých podmínkách:

- **v běžných podmínkách** - tj. při zvětšení dalekohledu 30x a záměře probíhající nízko nad terénem $\sigma_z = 0,6$ mgon. Probíhá-li záměra 1 až 2 m nad terénem, bude zejména za slunečního počasí hodnota σ_z podstatně vyšší (kolem 1 mgon).
- **v lepších podmínkách** – tj. při záměrách jdoucích vysoko nad terénem a při použití vhodných cílů nebo při měření paralaktických úhlů, kdy záměry procházejí podobným prostředím a nejsou dlouhé, je možno uvažovat $\sigma_z = 0,4$ mgon.
- **v optimálních podmínkách** – tj. při ideálních observačních podmínkách (pod mrakem, v noci nebo v hale s klidným prostředím), při použití speciálních cílových značek a špičkových teodolitů, lze dosáhnout hodnoty $\sigma_z = 0,2$ mgon.

Chyba v cílení má náhodný charakter, refrakce a vibrace ji však mohou ovlivňovat systematicky.

5.2.4. Přístrojové vady

Přístrojové vady, které mají systematický charakter, mohou významně ovlivnit přesnost úhlového měření.

- **Chyba z mimostředné alhidády** – tato chyba se vyloučí čtením na dvou protilehlých místech vodorovného kruhu (tedy měřením v jedné řadě), což je u vteřinových teodolitů s koincidenčním způsobem odečítání zajištěno.
- **Chyba z nestejnoměrného dělení vodorovného kruhu** – pro velmi přesná měření klasickými teodolity je třeba znát výsledky zkoušek dělení kruhu. Chyba dosahuje hodnot desetin mgon a je periodická. Její vliv se snižuje čtením na různých místech vodorovného kruhu, při měření ve více skupinách. Tímto způsobem se sníží rovněž vliv velikosti nejmenšího dílku kruhu, pokud neodpovídá rozsahu stupnice mikrometru. U elektronických teodolitů by tato chyba měla být zanedbatelná. Vliv nestejnoměrného dělení bubínku mikrometru se snižuje čtením na různých místech bubínku, při měření ve více skupinách.
- **Kolimační vada** – tato vada, řadící se do osových vad teodolitu, vzniká nekolmostí záměrné přímky na točnou (klopnou) osu dalekohledu. Velikost vady se může změnit při transportu teodolitu, ale i během měření změnou teploty (zejména při přímém ozáření sluncem) a dále přeastřováním. Přístroj se má proto před měřením temperovat a chránit slunečníkem. Kolimační vada se vyloučí měřením ve dvou polohách dalekohledu, čímž se i významně sníží vliv přeastřování. To se může nepříznivě projevovat zvláště u velmi krátkých záměr, kde může dosahovat hodnoty až 1 mgon (dle kvality teodolitu). Při měření v jedné poloze dalekohledu se vliv kolimační vady vyloučí u úhlu se stejně skloněnými záměrami (např. paralaktický úhel měřený na základnovou lať).

Vliv kolimační vady na vodorovný směr φ je závislý na sklonu záměry (5.12). Oprava vodorovného směru $\sigma_{\varphi c}$ se vypočte ze vzorce:

$$\sigma_{\varphi c} = \frac{c}{\sin \zeta}, \quad (5.12)$$

kde c je velikost kolimační vady,
 ζ - zenitový úhel záměry.

- **Sklon točné osy dalekohledu (úklonná vada)** – tato vada, řadící se rovněž do osových vad teodolitu, vzniká nekolmostí točné (klopné) osy dalekohledu k točné ose alhidády. Na velikost úklonné vady může mít opět vliv transport a změna teploty. Úklonná vada se vyloučí měřením ve dvou polohách dalekohledu a je rovněž závislá na sklonu záměry.

Vliv úklonné vady na vodorovný směr φ a oprava vodorovného směru $o_{\varphi i}$ se vypočte ze vzorce (5.13):

$$o_{\varphi i} = i \cdot \cotg \zeta, \quad (5.13)$$

kde i je velikost úklonné vady,

ζ - zenitový úhel záměry.

- **Odklon točné osy alhidády od svislice** - tato vada, řadící se rovněž do osových vad teodolitu, vzniká nekolmostí točné osy alhidády k ose alhidádové libely. Její vliv se podstatně sníží rektifikací a pečlivým urovnáním alhidádové libely. Pro přesná měření vodorovných směrů teodolitem s vysoce citlivou alhidádovou libelou se čte výběh bubliny a zavádí se početní opravy pro každý směr (tuto libelu se zpravidla nepodaří zcela přesně urovnat). Vada se nevyloučí měřením ve dvou polohách dalekohledu (točná osa alhidády není přesně svislá a tedy limb není vodorovný). Vliv nesvislosti točné osy alhidády na vodorovný směr φ a oprava vodorovného směru $o_{\varphi v}$ se vypočte ze vzorce:

$$o_{\varphi v} = v \cdot \cotg \zeta \cdot \sin \alpha, \quad (5.14)$$

kde v je odklon točné osy alhidády od svislice,

ζ - zenitový úhel záměry,

α - úhel mezi svislou rovinou proloženou záměrou a rovinou danou vychýlenou osou alhidády a vertikálou.

Úhel α nelze přímo určit, proto se používají různé způsoby eliminace či snížení této vady:

- čtení vychýlení bubliny alhidádové libely,
- čtení zenitového úhlu s využitím jednoosého kompenzátoru,
- pomocí plošného (dvojosého) kapalinového kompenzátoru.

Pomocí čtení výchylky bubliny alhidádové libely, lze vypočítat opravu vodorovného směru z tzv. Kučerova vzorce, dle autora):

$$o_{\varphi v} = \frac{f}{4} \cdot \sum_I^{II} (l - p) \cdot \cotg \zeta, \quad (5.15)$$

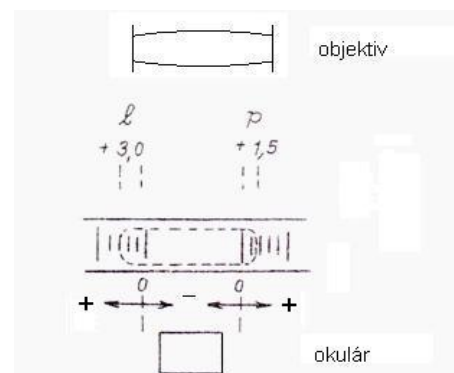
kde f je citlivost alhidádové libely (bývá podle výkonnosti teodolitu $30''/2 \text{ mm}$, $20''/2 \text{ mm}$ i lepší),

l, p - čtení levého a pravého okraje bubliny na stupnici libely,

I, II - první a druhá poloha dalekohledu,

ζ - zenitový úhel záměry.

Vzorec platí pro jednu skupinu a čtení okrajů bubliny od okuláru, při dodržení znamének patrných z obr.6 (od nulových rysek dovnitř -, vně +). Znaménko opravy je závislé na rozdílu $\Sigma(l - p)$ a zenitovém úhlu ζ (kvadrant).



Obr.6 Čtení výchylky bubliny alhidádové libely

Pomocí čtení zenitového úhlu s využitím kompenzátoru výškového kruhu, lze pro každou záměru zjistit úhel odklonu točné osy alhidády od svislice (tj. $v \cdot \sin \alpha$), a to z rozdílu čtení libovolného zenitového úhlu (při fixované ustanovce výškového kruhu)

ve směrech kolmých na záměru (na vodorovném kruhu se nastaví čtení $\varphi + 100$ gon a následně $\varphi + 300$ gon). Vzorec pro opravu potom je:

$$o_{\varphi v} = \frac{1}{2} \cdot (\zeta_1 - \zeta_2) \cdot \cotg \zeta, \quad (5.16)$$

kde ζ_1 je čtení zenitového úhlu při nastavení do směru $\varphi + 100$ gon,
 ζ_2 je čtení zenitového úhlu při nastavení do směru $\varphi + 300$ gon.

Přesnost tohoto postupu je vyšší než v prvním případě, je ovšem pomalejší.

Pomocí plošného kapalínového kompenzátoru, který určuje v každém okamžiku odklon točné osy alhidády od svislice v podélném a příčném směru vzhledem k záměře a automaticky zavádí početní opravu vodorovného směru i zenitového úhlu (při zapnutém kompenzátoru!). Na displeji se pak objevují vodorovné směry či zenitové úhly, opravené o chybu z nepřesné horizontace přístroje.

5.2.5. Přesnost vodorovných směrů a úhlů

Celková směrodatná odchylka je souhrnem všech výše uvedených chyb. Pro měřený směr platí:

$$\sigma_{\varphi} = \sqrt{\sigma_{es}^2 + \sigma_{ec}^2 + \sigma_z^2 + \sigma_o^2 + \sigma_i^2}, \quad (5.17)$$

kde σ_{es} je směrodatná odchylka dostředění na stanovisku,
 σ_{ec} - směrodatná odchylka dostředění cíle,
 σ_z - směrodatná odchylka v cílení,
 σ_o - směrodatná odchylka ve čtení,
 σ_i - směrodatná odchylka souhrnu přístrojových vad.

Měřickým postupem a pečlivou rektifikací přístroje by se měl vliv přístrojových vad snížit na zanedbatelnou hodnotu. Vliv dostředění na měření vodorovných směrů a úhlů je poměrně složitý (rozhoduje délka záměr) a proto je vhodné ho uvažovat samostatně. Potom je možno rovnici (5.17) zredukovat na tvar:

$$\sigma_{\varphi} = \sqrt{\sigma_z^2 + \sigma_o^2}. \quad (5.18)$$

Vzorec pro směr měřený v jedné skupině pak bude:

$$\sigma_{\varphi 1} = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_z^2 + \sigma_o^2)}. \quad (5.19)$$

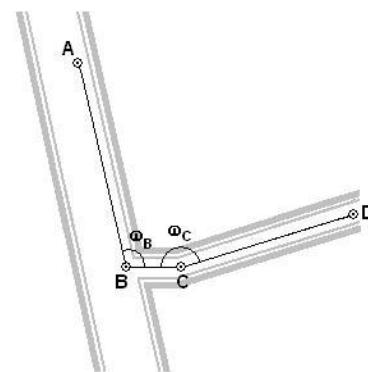
Přesnost paralaktického úhlu měřeného v n polovičních laboratorních jednotkách je dána vzorcem:

$$\sigma_{\delta n} = \sqrt{\frac{1}{2n}(\sigma_z^2 + \sigma_o^2)}. \quad (5.20)$$

5.2.6. Měření úhlů kolimací

Při měření vrcholových úhlů s výrazně rozdílnými délkami stran (např. při připojení tunelů nebo štol, kde se může nuceně vyskytnout velmi krátká strana – obr.7), lze eliminovat vliv chyby v dostředění (a to i při použití trojpodstavcové soupravy) použitím metody kolimace.

Při měření vrcholových úhlů ω_B , ω_C (obr.7) kolimací se postaví dva teodolity na body B a C a dalekohled se zaostří na nekonečno (velmi vzdálený bod). Oba teodolity se postupně na sebe zacílí, a to na ryskový kříž, který se osvětluje přes okulár. Dosáhne se toho, že obě záměry jsou rovnoběžné a směr přenesený přes krátkou stranu není ovlivněn excentricitou při záměně teodolitu za cílovou značku (při použití trojpodstavcové soupravy).



Obr. 7 Měření úhlů kolimací

5.3. MĚŘENÍ A PŘESNOST ZENITOVÝCH ÚHLŮ

Zenitový úhel je rozdíl mezi směrem na určovaný bod a tížnicí. Pro čtení a cílení platí stejné zásady jako pro vodorovný směr.

5.3.1. Přístrojové vady

Přístrojové (osové) vady mají na zenitové úhly prakticky zanedbatelný vliv:

- **Kolimační vada**

Opravu zenitového úhlu ζ vlivem kolimační vady lze vypočítat podle vzorce:

$$o_{\zeta c} = \frac{c^2 \cdot \cot \zeta}{2\rho}. \quad (5.21)$$

- **Sklon točné osy dalekohledu**

Opravu zenitového úhlu ζ vlivem úklonné vady lze vypočítat podle vzorce:

$$o_{\zeta i} = \frac{-i^2 \cdot \cot \zeta}{2\rho}. \quad (5.22)$$

- **Odklon točné osy alhidády od svislice**

Je-li přístroj vybaven indexovou libelou nebo kompenzátozem, je vliv této chyby zanedbatelný

- **Indexová vada**

Tato vada se odstraní měřením ve dvou polohách dalekohledu a zavedením početní opravy.

5.3.2. Přesnost zenitových úhlů

Přesnost zenitových úhlů je závislá na chybě v cílení, ve čtení a v urovnání čtecích indexů:

$$\sigma_{\zeta} = \sqrt{\sigma_z^2 + \sigma_o^2 + \sigma_u^2}, \quad (5.23)$$

kde σ_z - směrodatná odchylka v cílení,
 σ_o - směrodatná odchylka ve čtení,
 σ_u - směrodatná odchylka kompenzace nebo urovnání indexové libely.

Přesnost kompenzátorů je charakterizována směrodatnou odchylkou $\sigma_u = 0,1$ až $0,3$ mgon. Citlivost indexové libely bývá 6 mgon. Při koincidenčním způsobu urovnání indexové libely je $\sigma_u = 0,6$ mgon.

5.3.3. Měření azimutů

V inženýrské geodézii se používají dva postupy určování azimutů:

- měření magnetických azimutů,
- měření azimutů gyroteodolity.

Obou postupů se používá zejména pro usměrnění podzemních sítí (v dolech, tunelech, metru apod.), a to vzhledem k jejich schopnosti určit směrník ve zvolené souřadnicové soustavě. Další předností je možnost měřit v polygonovém pořadu ob stanoviště (každý druhý bod). Měřené azimuty jsou teoreticky vzájemně nezávislé, a proto hromadění odchylek je u takto měřených polygonových pořadů relativně příznivé. Nedostatkem magnetických měření je jejich malá přesnost, u gyroteodolitů vyšší pořizovací náklady, podstatně delší doba měření a v některých případech nutnost zavádění oprav.

(Více podrobností v předmětu Geodézie v podzemních prostorách).

6. MĚŘENÍ A VYTYČOVÁNÍ SVISLIC

Jedním z nejdůležitějších parametrů výškových objektů (výškové budovy, věže kostelů, tovární komíny, stožáry, chladicí věže pilíře mostů apod.) je svislost. Volba vhodného postupu pro kontrolní zaměření či vytyčení svislice je závislá na požadované přesnosti, přístrojovém vybavení, na přístupnosti a okolí objektu. Při vytyčování svislosti se zpravidla postupuje z bodů osazených v základech či v nejnižším podlaží, které se postupně promítají do podlaží vyšších. Někdy se vytyčuje pouze jeden bod (např. u komínů), jindy více bodů (např. 4 body v rozích objektu), které jsou snáze kontrolovatelné.

Pro vytyčování svislic se používá:

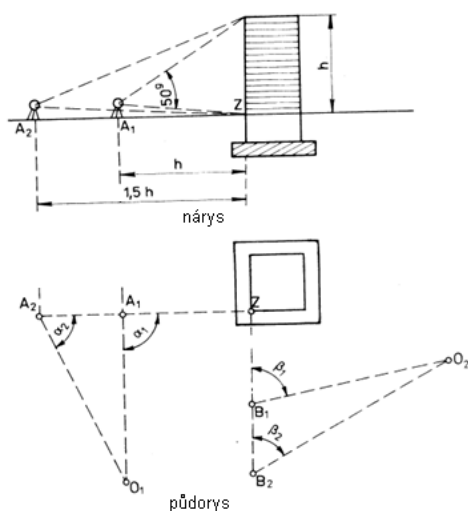
- olovnice,
- teodolitu,
- provažovače (optického či laserového).

6.1. VYTYČOVÁNÍ SVISLICE OLOVNICÍ

Tento postup, který je jednoduchý a málo náročný na vybavení, se používá ojediněle, a to především tam, kde jsou nižší požadavky na přesnost nebo tam, kde lze závěs olovnice účinně chránit před vlivem větru (uvnitř budovy nebo při provažování do podzemních prostor). S rostoucí výškou (hloubkou) je nutno zvyšovat hmotnost olovnice a klesá přesnost, kterou ovlivňuje prostředí, zejména vítr (průvan). Často nestačí ani ponoření olovnice do kapaliny, která kyvy olovnice tlumí. *(Více podrobností a informace o přesných metodách provažování v předmětu Inženýrská geodézie 4 - Geodézie v podzemních prostorech).*

6.2. PROMÍTÁNÍ TEODOLITEM

Je-li kolem měřeného objektu dostatek prostoru, je vhodné zaměřit či vytyčit svislici dvěma



Obr.8 Volba bodů pro určování svislice teodolitem

teodolity postavenými tak, aby sklápěním dalekohledu (v obou polohách) vytvářely svislé roviny, které jsou na sebe zhruba kolmé (obr.8). Svislice pak leží v jejich průsečíku. Vertikální úhel by neměl přesáhnout 50 gon ani u nejvýše položených bodů, proto se volí stanoviště teodolitu ve vzdálenosti alespoň $1,5h$, kde h je výška objektu. S ohledem na viditelnost a sklon záměry se používá postupně i několika stanovišť (např. A_1, A_2 v obr.8), různě vzdálených od objektu. Základní značky se osadí obvykle do základů (bod Z v obr.8) a teodolitem se postupně (jak roste stavba) promítají ve dvou polohách do vyšších pater.

Při znemožnění viditelnosti na bod Z (činností stavby) se směr svislice vytyčuje vodorovným úhlem α_i, β_i (obr.8) od orientačního směru (body O_1, O_2 – obr.8),

který byl zaměřen pře ztrátou viditelnosti na bod Z .

Osové vady teodolitu rostou se strmostí záměry, proto je nutno vytyčení provádět zásadně ve dvou polohách dalekohledu a zvýšená pozornost se musí věnovat horizontaci přístroje, především ve směru kolmém na záměru. Je též možno použít totální stanice s plošným kompenzátorem (automatické zavádění oprav do vodorovného směru) nebo odečítat výběh alhidádové libely a zavádět opravy. Vliv chyby z nesprávné horizontace lze vyjádřit vzorcem pro směrodatnou odchylku σ_v vybočení svislice v příčném směru:

$$\sigma_v = \frac{f \cdot \sigma_u \cdot h}{\rho}, \quad (6.1)$$

kde σ_u je směrodatná odchylka horizontace přístroje (v příčném směru), uváděná v dílcích stupnice libely,

f - citlivost libely (v mgon),

h - relativní výška vytyčovaného bodu (v metrech).

Přesnost vytyčení svislice je charakterizována směrodatnou odchylkou σ_s v promítání, která je kvadratickým součtem dílčích vlivů podle vztahu:

$$\sigma_s^2 = \sigma_v^2 + \sigma_z^2 + \sigma_r^2, \quad (6.2)$$

- kde σ_v je směrodatná odchylka daná rovnicí (6.1) [m],
 σ_z - směrodatná odchylka vyjadřující vliv cílení [m],
 σ_r - směrodatná odchylka vyjadřující vliv realizace vytyčovaného bodu [m] (pouze při vytyčování).

Při vytyčování svislice pomocí orientačních bodů O_i se vzorec (6.2) upraví na tvar:

$$\sigma_s^2 = \sigma_v^2 + \sigma_r^2 + 2\sigma_e^2 + 2\sigma_\alpha^2, \quad (6.3)$$

- kde σ_e - směrodatná odchylka vyjadřující vliv dostředění teodolitu [m],
 σ_α - směrodatná odchylka vyjadřující vliv úhlu α_i , β_i [m] (přepočítává se na příčnou).

Pro minimalizaci vlivu dostředění teodolitu na přesnost vytyčované svislice je vhodné volit úhly α_i , β_i co nejmenší (kap. 5.2.1). Vliv cílení zde odpadá (je zahrnut ve směrodatné odchylce úhlu). Úhly α_i , β_i musí být nejprve zaměřeny a později vytyčeny, takže ovlivňují výslednou přesnost vytyčení svislice v kvadrátech dvakrát (za předpokladu dodržení stejné přesnosti v obou případech!).

Tento postup vytyčování svislice je poměrně pracný, takže se spíše používá při kontrolním měření, kdy se zjišťuje odchylka od svislice pouze v jednom směru.

Při použití totální stanice vybavené elektronickým dálkoměrem s pasivním odrazem, lze určovat odchylku od svislice ve dvou navzájem kolmých směrech prostřednictvím úhlového a délkového měření.

6.3. VYTYČOVÁNÍ SVISLICE OPTICKÝM PROVAŽOVAČEM

Optický provažovač je přístroj, jehož záměrná přímka je svislá. Přístroj je vybavený citlivými libelami nebo kompenzátorem. U nás se nejčastěji používá přístroje Zeiss PZL (obr.9), který má kompenzovanou jednu rysku ryskového kříže (v dalekohledu se jeví jako vodorovná). Druhá ryska je urovnána méně přesnou alhidádovou libelou. Svislici je možno vytyčovat pouze směrem vzhůru. K vyloučení nerektifikovanosti přístroje se svislice vytyčuje (či odchylky od ní zaměřují) ve dvou protilehlých polohách (jeden směr) a totéž ve druhém (kolmém) směru. Přesné vytyčení svislice se tedy provádí ve 4 polohách, vzájemně odchýlených o 100 gon.

Výsledky měření mohou být nepříjemně ovlivněny boční refrakcí, neboť záměra často probíhá v blízkosti objektu. To se projeví zejména tehdy, je-li stěna osvětlena sluncem. Záměra by proto neměla probíhat blíže než cca 0,3 m od stěny objektu. Pro opakované

vytyčování se používá nucené centrace na konzolách, zapuštěných do stěny objektu.

Výhodnější je vytyčování svislice uvnitř objektu. Otvory pro svislici se musí vytvořit nebo se používá instalačních otvorů. Směrodatná odchylka je dána relativní odchylkou 1:100 000, tj. 1 mm na 100 m výšky.

Představitelem libelového optického provažovače je např. provažovač firmy Kern (obr.10), který navíc umožňuje vytyčování svislice jak směrem vzhůru, tak i dolů. Přístroj lze využít pro měření změn náklonů svislých stěn, a to ve spojení s posuvnými strojírenskými



Obr.9 Optický provažovač Zeiss PZL
Obr.10 Optický provažovač Kern na strojírenských sánkách

sáňkami (obr.10), které umožňují měřit posun ve dvou vzájemně kolmých směrech prostřednictvím mikrometrických šroubů, s reálnou přesností v desetinách milimetrů.

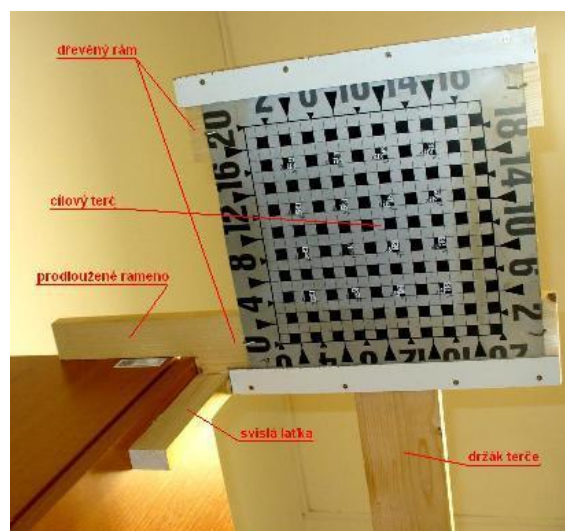
Pro určení svislice se používá různých cílových znaků, s ohledem na délku záměru. Nejvíce se osvědčily:

- rastr na průsvitné fólii s milimetrovým dělením a zdůrazněnými čarami 5 a 10 mm (použitelnost cca do 30m),
- terč s černobílými čtverečky o straně 10 mm a stupnicemi po okrajích (pro větší délky záměr – obr.11),
- rám se stupnicemi, ve kterém se kolmo na sebe pohybují dvě tyčinky, urovnávané podle pokynů měřiče.

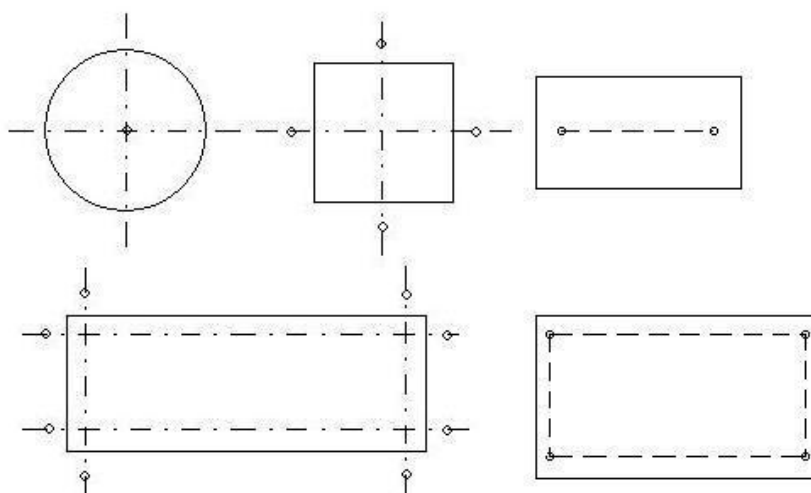
Při vytyčování (měření) se přístroj natočí tak, aby obraz ryskového kříže byl rovnoběžný se stupnicemi či tyčinkami. Na rastru se čtou čtyři polohy optického dostředovače, poloha tyčinek se čte na stupnicích rámu, a to každý směr ve dvou polohách.

V současné době lze použít i laserového provažovače či rotačního laseru, umožňujícího vytvoření svislé roviny.

Na obrázku č.12 jsou nakresleny různé možnosti vytyčovací sítě, promítané do vyšších horizontů optickým provažovačem.



Obr.11 Příklad terče s černobílými čtverečky



Obr.12 Vytyčovací sítě promítané optickým provažovačem