

# **SYLABUS 8. PŘEDNÁŠKY Z INŽENÝRSKÉ GEODÉZIE**

**(Vytyčování kružnicových oblouků)**

**3. ročník bakalářského studia  
studijní program G  
studijní obor G**

**doc. Ing. Jaromír Procházka, CSc.**

**listopad 2015**

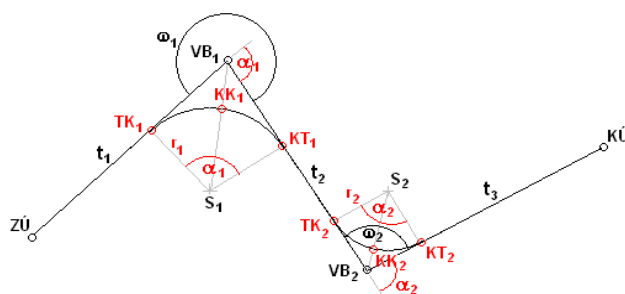
## 11. VYTYČOVÁNÍ OBLOUKŮ

Vytyčování oblouků se vyskytuje zejména u liniových staveb (silnice, železnice, regulované vodní toky atd.). Prostorová poloha liniové stavby je dána tzv. **trasou**, kterou lze rozložit na složku polohovou, tvořenou **osou** liniové stavby (průmět trasy do vodorovné roviny) a na složku výškovou, tvořenou **niveletou** (průmět trasy do svislé roviny - [podrobněji bude probráno v přednášce č.10](#)). V této části přednášek se budeme zabývat pouze složkou polohovou.

**Osu** liniové stavby je možno rozlišit na **úseky přímé a oblouky**, umožňující změnu směru (obr.1). Nejčastěji se používá oblouků kružnicových pro jejich konstantní křivost a jednoduchost výpočtu i vytyčování. S ohledem na eliminaci příčného rázu účinkem odstředivé síly, působící na rychle jedoucí vozidlo při změně směru z přímé do oblouku a zaručení plynulého přechodu z přímého úseku do kružnicového oblouku o poloměru **R**, vkládá se mezi přímý úsek a kružnicový oblouk přechodnice, což je křivka plynule měnící svou křivost **k** z nulové hodnoty na hodnotu poloměru **R**, tedy  $k = \frac{1}{\infty}$  až  $\frac{1}{R}$  ([podrobněji bude probráno v přednášce č.10](#)).

Jako přechodnice se používá klotoida u silničních staveb (a v současnosti často i u železnic), kubická parabola u železnic a lemniskáta u vodních toků.

*Poznámka: Působení odstředivé síly se čelí též příčným náklonem komunikace (silnice, železnice) v oblouku. Plného náklonu v kružnicovém oblouku se dosahuje postupně v průběhu přechodnice (u železniční stavby se nazývá vzestupnice). Jedná se o výškové řešení trasy a podrobně bude probráno v přednášce č.10).*



Obr.1 Směrový polygon a osa liniové stavby s hlavními body

Projekt liniové stavby je dán **směrovým** (někdy označovaném jako tečnovým) **polygonem**, jehož vrcholy se značí **VBi** (kde **i** je číslo vrcholu) a jsou číslovány ve směru rostoucího staničení (od bodu **ZÚ** – začátek úpravy, do bodu **KÚ** – konec úpravy). Do směrového polygonu jsou pak navrhovány oblouky (viz výše), číslované v souladu s čísly vrcholů (obr.1). Středový úhel **α** (je shodný s úhlem při vrcholu směrového polygonu  $\alpha = 200 \text{ gon} - \omega$ , nebo  $\alpha = \omega - 200 \text{ gon}$ ) a je buď přímo měřen, nebo vypočten ze souřadnic bodů na polygonových stranách (obr.1 a 2). Poloměry kružnicových oblouků jsou voleny s ohledem na návrhovou rychlost, svažitost (maximální povolený spád podle třídy komunikace) a konfiguraci terénu (nejkratší spojení dvou míst, mezi kterými se komunikace navrhuje). V neposlední řadě se přihlíží k ekonomickým nákladům stavby (jiná kritéria jsou stanovena pro dálnice – tunely, mosty, výkopy, násypy, jiná pro silnice nižších tříd – vedeny spíše po fyzickém povrchu).

Jak bylo naznačeno výše, vytyčování osy v podstatě probíhá dvěma základními způsoby:

- a) přímým vytyčováním v terénu,
- b) analytickým řešením.

ad a) při **přímém vytyčování** se v terénu volí nejprve tečny **t<sub>i</sub>**, určuje se a stabilizuje jejich průsečík **VBi**, na něm se měří vrcholový úhel **ω** a dále se měří délky tečen (stran směrového polygonu). Z naměřených hodnot a z dalších podmínek se vypočtou hlavní prvky oblouku a podle způsobu vytyčení i vytyčovací prvky hlavních a podrobných bodů oblouku.

ad b) při **analytickém řešení** se trasa navrhuje do mapy vhodného měřítko a z ní se odměřují nebo ze zadaných podmínek počítají souřadnice vrcholů směrového polygonu (popř. body tečen). Ze souřadnic se pak počítají prvky směrového polygonu (délky a vrcholové, resp. středové úhly), do kterých se navrhují oblouky. Po výpočtu hlavních prvků se obvykle počítají souřadnice hlavních a podrobných bodů. Z nich se pak určují vytyčovací prvky ke geodetické vytyčovací síti podél liniové stavby (polygonový pořad,

řetězec apod.). Je tedy možno vytyčit osu bez vytyčování směrového polygonu, což je výhodné zejména v zastavěné oblasti.

Kritéria přesnosti pro různé druhy staveb jsou uvedena v ČSN 73 0420\_2 „Přesnost vytyčování staveb – část 2 – vytyčovací odchylky“. Polohová přesnost se u liniových staveb hodnotí nejlépe směrodatnou odchylkou podélnou a příčnou, tvarová přesnost směrodatnou odchylkou vzepětí a směrodatnou odchylkou dvou sousedních vzepětí.

### 11.1. KRUŽNICOVÉ OBLOUKY

Kružnice je dána třemi prvky (např. bod, tečna, poloměr, přičemž střed kružnice je prvek dvojnásobný).

#### 11.1.1. Označení hlavních bodů a hlavních prvků kružnicového oblouku

Pro změnu směru z přímého úseku do oblouku jsou důležité body dotyku kružnicového oblouku s tečnou (stranou směrového polygonu) a vrchol oblouku, které tvoří tzv. hlavní body kružnicového oblouku (v obr.1 vyznačeny červeně).

K jejich vytyčení ze směrového polygonu pak slouží délky, popř. i úhly, nazývané hlavními prvky kružnicového oblouku, které jsou obvykle počítány ze zadaného poloměru  $R$ , a středového úhlu  $\alpha$ .

Označení hlavních bodů kružnicového oblouku je rozdílné v silničním a v železničním (uvedeno v závorce) stavitelství (obr.2):

TK (ZO) tečna – kružnice (silnice), začátek oblouku (železnice),

KK (VO) kružnice – kružnice, vrchol oblouku,

KT (KO) kružnice – tečna, konec oblouku.

V silničním stavitelství je zvykem označovat délkové hlavní prvky (celkem je jich 5) velkými písmeny, v železničním stavitelství malými (podobně jako např. v matematice či geodézii), úhlové hodnoty pak řeckými písmeny. Vzhledem k tomu, že se geodeti častěji setkávají s vytyčením osy silnice, je zde upřednostněno označení používané v silničním stavitelství.

Proto se hlavní prvky kružnicového oblouku (v obr.2 červeně) označují:

$T(t)$  délka tečny (vzdálenost TK a VB),

$Z(z)$  vzepětí (vzdálenost KK od VB),

$x_v$  x-ová souřadnice vrcholu oblouku

KK po tečně s počátkem v bodě TK,

$y_v$  y-ová souřadnice vrcholu oblouku

KK od tečny,

$O(o)$  délka kružnicového oblouku.

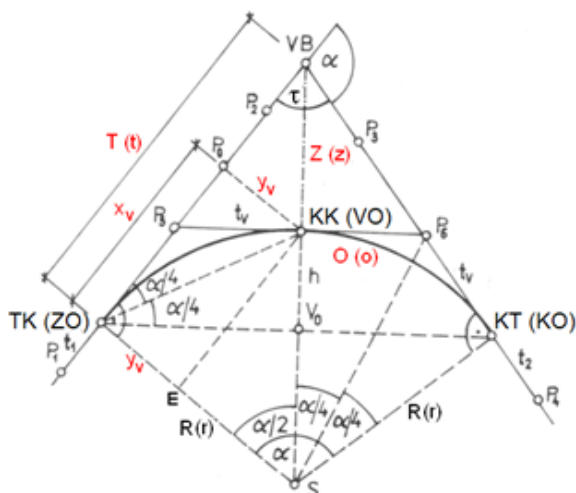
Obdobné je to i s označováním zadaných prvků oblouku:

tedy  $R(r)$  se značí poloměr oblouku, středový

úhel se značí  $\alpha$  a úhel tečen  $\tau$ . Mezi úhlem

tečen a úhlem středovým platí vztah:

$$\alpha = 200 \text{ gon} - \tau.$$



Obr.2 Hlavní prvky a hlavní body kružnicového oblouku

#### 11.1.2. Určení hlavních prvků kružnicového oblouku

K výpočtu hlavních prvků kružnicového oblouku je nutno určit vrcholový (a následně i středový) úhel stran směrového polygonu (dvou tečen kružnicového oblouku). Projektuje-li se silnice tzv. trasováním přímo v terénu (silnice menšího významu), vytyčí se směry tečen dvěma body a v průsečíku dvou sousedních tečen se vytyčí vrchol VB. Na něm se pak přímo měří, obvykle levostranný úhel  $\omega$  (po směru staničení stavby – obr.1) a dopočítá se středový úhel  $\alpha$ . Zaměří se rovněž délky stran směrového polygonu. Projektant zvolí poloměr kružnicového oblouku a hlavní prvky se potom vypočítají přímo.

V současné době se převážně řeší trasa analyticky, takže se její průběh navrhne do mapového podkladu vhodného měřítka a souřadnice vrcholů směrového polygonu (tj. průsečíků tečen) se z mapy odměří nebo se vypočtou ze zadaných podmínek (např. rovnoběžnost osy komunikace, v zadané vzdálenosti, s uliční frontou objektu, jehož rohy jsou dány v souřadnicích apod.). Ze souřadnic se potom vypočtou prvky směrového polygonu (délky a vrcholové, resp. středové úhly), do kterého se navrhuje oblouky. Kružnicový oblouk je přitom dán 3 prvky (např. bod, tečna a poloměr nebo střed a poloměr, přičemž střed kružnice je prvek dvojnásobný).

*Výpočet hlavních prvků (obr.2):*

$$\text{délka tečny: } T = R \cdot \tan \alpha \quad (\text{z pravoúhlého trojúhelníka S,TK,VB}), \quad (11.1)$$

pravoúhlé souřadnice vrcholu oblouku:

$$x_v = R \cdot \sin \alpha/2 \quad (\text{z pravoúhlého trojúhelníka S,E,KK}), \quad (11.2)$$

$$y_v = R - R \cdot \cos \alpha/2 = R \cdot (1 - \cos \alpha/2) \quad (\text{rozdíl poloměru a odvěsny z pravoúhlého trojúhelníka S,E,KK}), \quad (11.3)$$

$$\text{vzepětí: } Z = \frac{R}{\cos \alpha/2} - R = R \cdot \left( \frac{1}{\cos \alpha/2} - 1 \right) \quad (\text{z trojúhelníka S, TK,VB}), \quad (11.4)$$

$$\text{délka oblouku: } O = R \cdot \frac{\alpha}{\rho}, \text{ kde } \rho = 200/\pi \text{ pro setinnou míru.} \quad (11.5)$$

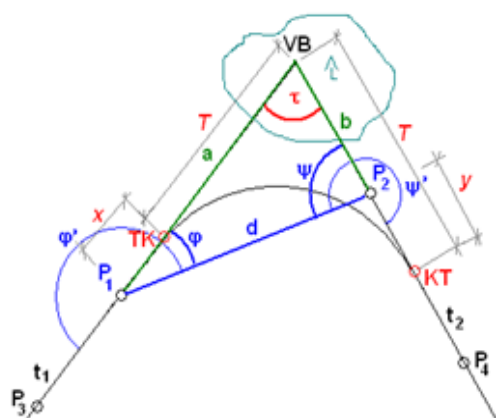
### 11.1.3. Nepřímé určení úhlu tečen $\tau$

Je-li průsečík tečen nepřístupný (padne do lesa, skály či zástavby), nelze úhel tečen přímo měřit. Není-li osa řešena v souřadnicích, určuje se úhel tečen nepřímo a to:

- buď pomocí trojúhelníka,
- nebo pomocí polygonového pořadu.

*Řešení pomocí trojúhelníka*

Předpokladem je přímá viditelnost mezi dvěma body P1, P2 na sousedních tečnách (obr.3).



Obr.3 Nepřímé určení úhlu tečen z trojúhelníka

Z měřených úhlů  $\varphi'$  a  $\psi'$  na bodech P1, P2 se odečtením 200 gon nejprve vypočtou úhly  $\varphi$  a  $\psi$ . Úhel tečen  $\tau = 200 - (\varphi + \psi)$ .

Pro vytyčení bodů dotyku TK a KT se sinovou větou z měřené délky  $d$  a měřených úhlů a vypočtou délky  $a$  a  $b$ :

$$a = d \cdot \frac{\sin \psi}{\sin(\varphi + \psi)}, \text{ resp. } b = d \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin(\varphi + \psi)}. \quad (11.6)$$

Po výpočtu středového úhlu  $\alpha = 200 \text{ gon} - \tau$  se zvolí poloměr kružnicového oblouku  $R$  a vypočte délka tečny  $T = R \cdot \tan \alpha/2$ .

Bod TK se vytyčí od bodu P1 ve směru tečny  $t_1$  ve vzdálenosti  $x = a - T$  (kladná hodnota se vytyčuje

směrem k vrcholu VB) a bod KT od bodu P2 ve směru tečny  $t_2$  ve vzdálenosti  $y = b - T$ , (dle obrázku č.3 se jedná o zápornou hodnotu a vytyčuje se směrem od vrcholu VB). Výpočet hlavních prvků je již dále stejný.

*Řešení pomocí polygonového pořadu*

Pokud není přímá viditelnost mezi sousedními tečnami, lze řešit určení úhlu tečen polygonovým pořadem, vedeným z bodu P1 na tečně  $t_1$  na bod P5, ležící na tečně  $t_2$  (obr.4). Polygonový pořad například o 5 vrcholech (obr.4) tvoří spolu s průsečíkem tečen VB šestiúhelník, kde součet vnitřních úhlů v  $n$ -úhelníku je:

$$\sum_{i=1}^n \omega_i = (n - 2) \cdot 200 \text{ gon}, \quad (11.7)$$

tedy pro zvolený šestiúhelník platí:

$$(n - 2) \cdot 200 \text{ gon} = 800 \text{ gon},$$

a to včetně úhlu tečen  $\tau$ . Úhel tečen se tedy vypočte ze vztahu:

$$\tau = (n - 2) \cdot 200 \text{ gon} - \sum_{i=1}^{n-1} \omega_i, \quad (11.8)$$

kde pro náš příklad  $n = 6$ .

K přechodu na stejné řešení jako u trojúhelníka stačí určit z polygonového pořadu vzdálenost  $d_{1,5}$ .

Z měřených délek  $d_{i,i+1}$  a vrcholových úhlů  $\omega_i$  polygonového pořadu se vypočtou souřadnicové rozdíly ve vlastní zvolené souřadnicové soustavě s počátkem v bodě  $P_1$  a poloosou  $+x$  vloženou do směru tečny  $t_1$  (obr.10), ze vztahů:

$$\Delta x_{i,i+1} = d_{i,i+1} \cdot \cos \alpha_{i,i+1}$$

$$\text{a } \Delta y_{i,i+1} = d_{i,i+1} \cdot \sin \alpha_{i,i+1}. \quad (11.9)$$

Souřadnice koncového bodu  $P_5$  potom jsou:

$$x_5 = \sum_{i=1}^4 \Delta x_{i,i+1} \quad \text{a} \quad y_5 = \sum_{i=1}^4 \Delta y_{i,i+1}. \quad (11.10)$$

Délka  $d_{1,5}$  se vypočte Pythagorovou větou z rozdílu souřadnic bodů  $P_1 (0;0)$  a  $P_5 (x_5; y_5)$ :

$$d_{1,5} = \sqrt{(x_5^2 + y_5^2)}.$$

Z rozdílu souřadnic se vypočte i směrník  $\alpha_{1,5} = \arctan \frac{y_5}{x_5}$ , přičemž platí, že  $\alpha_{1,5} = \varphi$  a dále směrník  $\alpha_{5,VB} = \alpha_{4,5} + \omega_5$  a posléze úhel  $\psi = \alpha_{5,VB} - \alpha_{1,5} + 200 \text{ gon}$ .

#### 11.1.4. Vytyčení podrobných bodů kružnicového oblouku

Po vytyčení hlavních bodů kružnicového oblouku následuje vytyčení bodů podrobných, a to zpravidla po 20 m (s ohledem na vytyčení příčných řezů pro výpočty kubatur tělesa komunikace). Podrobné body se mohou vytyčovat v zaokrouhleném staničení od začátku a konce oblouku symetricky, nebo častěji se vytyčují v okrouhlém staničení od začátku úpravy komunikace, tedy bez ohledu na začátek oblouku. Potom je délka oblouku od bodu TK k prvnímu podrobnému bodu obecné číslo, stejně jako od posledního podrobného bodu oblouku k bodu KT (tyto délky jsou samozřejmě navzájem různé).

Podrobné body je možno vytyčovat různými postupy:

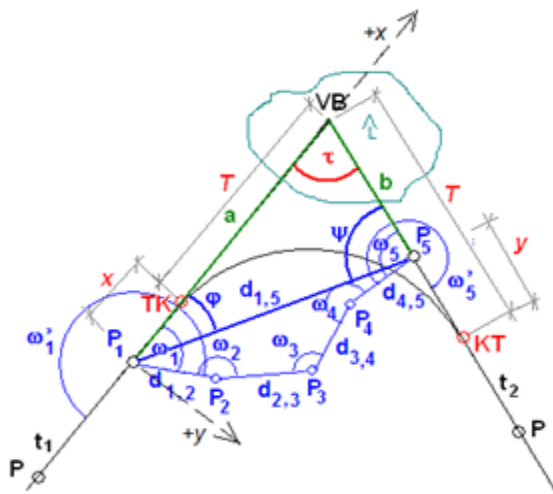
- polárními souřadnicemi,
- semipolárním způsobem,
- polárními souřadnicemi s přenášením přístroje po obvodě,
- pravoúhlými souřadnicemi od tečny,
- pravoúhlými souřadnicemi od tětiny.

##### 11.1.4.1. Vytyčení podrobných bodů polárními souřadnicemi - rajónem

Pro zvolenou délku oblouku  $o_i$  (při známém poloměru oblouku  $R$ ) se počítají polární souřadnice od bodu dotyku TK (popř. pro druhou větev kružnicového oblouku od bodu KT), tj. úhel  $\delta_i$  od tečny a délka  $s_{oi}$  po tětině (obr.5). Pro výpočet vytyčovacího prvku se nejprve vypočte středový úhel  $\varphi_i$ , odpovídající zvolené délce oblouku  $o_i$  a poloměru  $R$ :

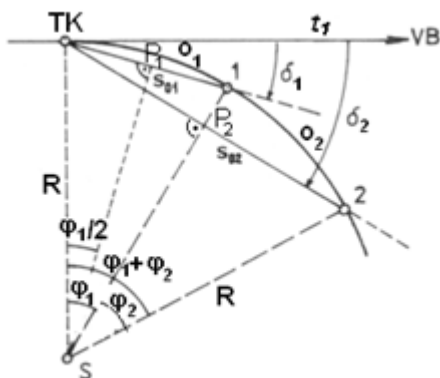
$$\varphi_i = \frac{o_i}{R} \cdot \rho, \quad (11.11)$$

kde pro výpočet  $\varphi_i$  v gonech se dosazuje délka oblouku a poloměr ve stejných jednotkách (nejčastěji v metrech) a radián v odpovídajících jednotkách (zde tedy v gonech). Pro určení úhlu  $\delta_i$  platí známá poučka v kružnici pro vztah mezi úhlem středovým a obvodovým (obr.5), tedy že úhel obvodový je polovinou odpovídajícího úhlu středového:



Obr. 4 Nepřímé určení úhlu tečen polygonovým pořadem

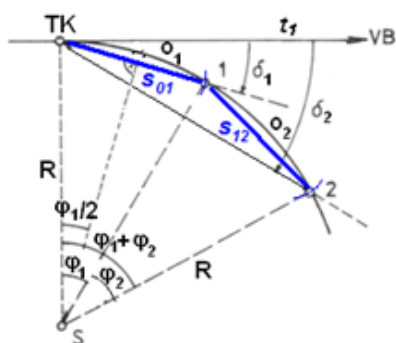




Obr.5 Vytyčení podrobných bodů oblouku polárně

bod 1 vytyčí z bodu TK úhlem  $\delta_1$  od směru tečny na VB a délkou  $s_{01}$ . Stejně se pokračuje i při vytyčení dalších podrobných bodů. K použití tohoto postupu je třeba totální stanice s elektronickým dálkoměrem. Vhodnou kontrolou výpočtu vytyčovacíků i vytyčení hlavních bodů kružnicového oblouku je kontrolní polární vytyčení vrcholu oblouku KK (již dříve vytyčeného s použitím hlavních prvků oblouku).

#### 11.1.4.2. Vytyčení podrobných bodů semipolární metodou

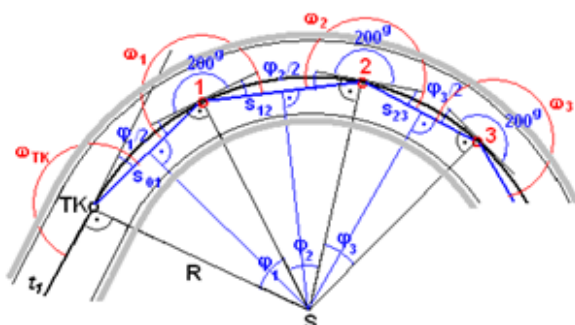


Obr.6 Vytyčení podrobných bodů semipolárně

Tento postup byl s výhodou používán v době, kdy nebyly k dispozici totální stanice s elektronickými dálkoměry a délky se vytyčovaly pásmem. Vodorovné úhly na podrobné body se vytyčují stejně jako u polární metody, tedy z bodu TK (popř.KT), ovšem délky se vytyčují vždy z předchozího vytyčeného bodu, tedy délka  $s_{01}$  z bodu TK,  $s_{12}$  z bodu 1,  $s_{23}$  z bodu 2 atd. (obr.6). Délky tětív se volí do délky jednoho kladu pásma.

#### 11.1.4.3. Vytyčení podrobných bodů polární metodou s přenášením přístroje po obvodě

Tohoto postupu se používá při vytyčování kružnicového oblouku v zářezu nebo v tunelu,



Obr.7 Vytyčení podrobných bodů polárně s přenášením přístroje po obvodu

kde není přímá viditelnost mezi bodem TK a podrobnými body. Jedná se vlastně o postupné vytyčování bodů polygonového pořadu s délkami  $s_{i,i+1}$  a vrcholovými úhly  $\omega_i$  (obr.7). Výpočet délek tětív mezi podrobnými body je stejný jako v předchozích případech, vrcholové úhly se počítají ze vzorců, vycházejících ze vztahů mezi středovým a obvodovým úhlem (obr.7):

$$\omega_{TK} = 200 gon + \frac{\varphi_1}{2}, \quad (11.14)$$

$$\omega_i = 200 gon + \frac{\varphi_i}{2} + \frac{\varphi_{i+1}}{2}. \quad (11.15)$$

Jsou-li zvolené délky oblouků stejné, pak  $\omega_i = 200 gon + \varphi_i$ .

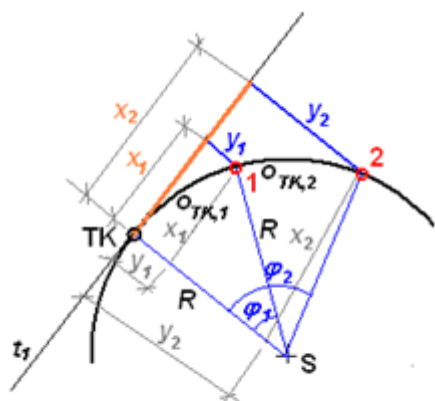
Nejprve se z bodu TK vytyčí polárními souřadnicemi ( $\omega_{TK}$ ;  $s_{01}$ ) podrobný bod č.1, který se stabilizuje vhodným způsobem. Na vytyčený bod se přenesete teodolit (totální stanice) a s

orientací na předchozí bod (zde TK) se vytyčí vrcholový úhel  $\omega_1$ . Ve vytyčeném směru se vynese délka  $s_{12}$  a stabilizuje se podrobný bod č.2. Stejně se postupuje i dále.

#### 11.1.4.4. Vytyčení podrobných bodů pravoúhlými souřadnicemi od tečny (ortogonálně)

Při vytyčení podrobných bodů pravoúhlými souřadnicemi od tečny rozlišujeme ještě dvojí postup:

- volí se délka oblouku (obdobně jako při polární metodě),
- volí se délka x-ové souřadnice na tečně.



Obr.8 Vytyčení podrobných bodů oblouku pravoúhlými souřadnicemi od tečny

Při volbě délky oblouku  $o_i$  se počítají odpovídající středové úhly  $\varphi_i$  (stejně vzorce jako pro polární metodu) a prostřednictvím známého poloměru  $R$  se vypočtou z pravoúhlého trojúhelníka  $S_i$  pata kolmice na spojnici S,TK, souřadnice  $x_i$  a  $y_i$  ze vztahů (obr.8):

$$x_i = R \cdot \sin \varphi_i,$$

$$y_i = R - R \cdot \cos \varphi_i = R \cdot (1 - \cos \varphi_i). \quad (11.16)$$

Při volbě x-ové souřadnice  $x_i$  se vypočte souřadnice  $y_i$  ze stejného trojúhelníka (obr.8), a to buď Pythagorovou větou:

$$y_i = R - \sqrt{R^2 - x_i^2}, \quad (11.17)$$

nebo se ve stejném trojúhelníku nejprve vypočte

$$\varphi_i = \arcsin \frac{x_i}{R} \quad (11.18)$$

středový úhel:

a další postup výpočtu je pak již stejný jako při volbě délky oblouku.

#### 11.1.4.5. Vytyčení podrobných bodů pravoúhlými souřadnicemi od tětiny

Pro zvolenou délku oblouku  $o_i$  a daný poloměr  $R$  se vypočte odpovídající středový úhel  $\varphi_i$

$$\varphi_i = \frac{o_i}{R} \cdot \rho. \quad (11.19)$$

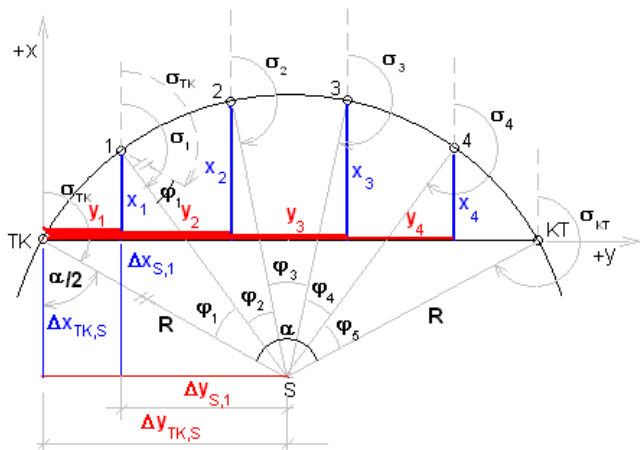
Dále se vypočítají směrníky normály (obr.9) v jednotlivých vytyčovaných bodech od TK, přes podrobné body  $i$  až po bod KT:

$$\sigma_i = 200 \text{ gon} - \frac{\alpha}{2} + \sum_{j=1}^i \varphi_j. \quad (11.20)$$

V obrázku 9 je vyznačeno určení směrníku pro vytyčovaný bod 1:

$$\sigma_1 = \sigma_{TK} + \varphi_1 = 200 \text{ gon} - \frac{\alpha}{2} + \varphi_1 \quad (11.21)$$

Následně se vypočítají pravoúhlé souřadnice vytyčovaných bodů v souřadnicové soustavě s osou  $+y$



Obr.9 Vytyčení podrobných bodů pravoúhle od tětiny

vloženou do spojnice TK,KT a s počátkem v bodě TK (obr.9):

$$\begin{aligned} x_i &= x_{i-1} + R \cdot (\cos \sigma_{i-1} - \cos \sigma_i), \\ y_i &= y_{i-1} + R \cdot (\sin \sigma_{i-1} - \sin \sigma_i). \end{aligned} \quad (11.22)$$

V obrázku 9 je opět vyznačeno určení souřadnic vytyčovaného bodu 1:

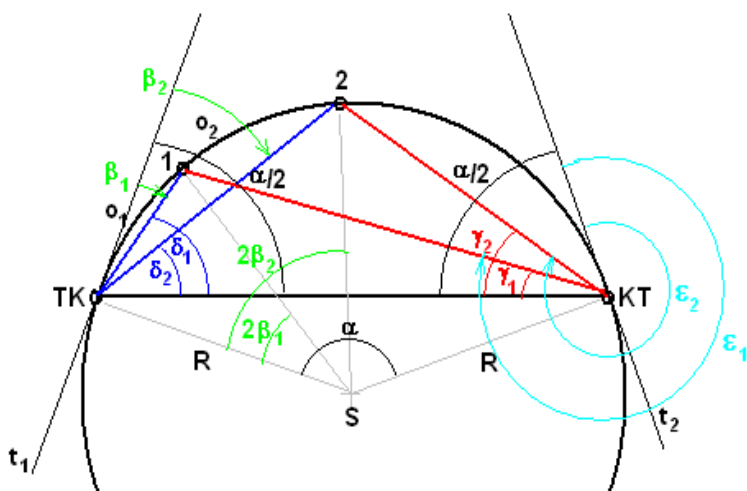
$$\begin{aligned} x_1 &= x_{TK} + \Delta x_{TK,S} + \Delta x_{S,1} = R \cdot (\cos \sigma_{TK} - \cos \sigma_1), \\ y_1 &= y_{TK} + \Delta y_{TK,S} + \Delta y_{S,1} = R \cdot (\sin \sigma_{TK} - \sin \sigma_1). \end{aligned} \quad (11.23)$$

Kontrolou je výpočet souřadnic koncového bodu n (KT):

$$x_n = 0; y_n = 2 \cdot R \cdot \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (11.24)$$

#### 11.1.4.6. Vytyčení podrobných bodů bipolárním postupem (protínáním vpřed)

Pro zvolenou délku oblouku  $\mathbf{o_i}$  (rozdíl staničení bodu  $\mathbf{i}$  a bodu  $\mathbf{TK}$ ) a daný poloměr  $\mathbf{R}$  se vypočte odpovídající středový úhel  $\mathbf{2\beta_i}$  (obr.10):



Obr.10 Vytýčení podrobných bodů bipolárním postupem

$$2\beta_i = \frac{o_i}{R} \cdot \rho . \quad (11.25)$$

Vytyčovací úhel z bodu TK, s orientací ve směru tečny  $t_1$ , má hodnotu  $\beta_i$ . Jedná se o úhel obvodový, který je polovičkou úhlu středového. Stejnou velikost má i úhel  $\gamma_i$ , který má vrchol na kružnici a leží nad tětivou  $TK_i$ , které odpovídá středový úhel  $2\beta_i$  (obr.16), tedy  $\gamma_i = \beta_i$ .

Vytyčovací úhel z bodu KT, s orientací ve směru tečny  $t_2$ , má hodnotu:

$$\varepsilon_i = 400 \text{ gon} - \alpha/2 + \gamma_i. \quad (11.26)$$

Obdobně platí při vytyčování z koncových bodů se vzájemnou orientací (obr.16). Z bodu TK je vytyčovací úhel:

$$400\text{ gon} - \delta_i = 400\text{ gon} - \alpha/\gamma + \beta_i = \varepsilon_i \quad (11.27)$$

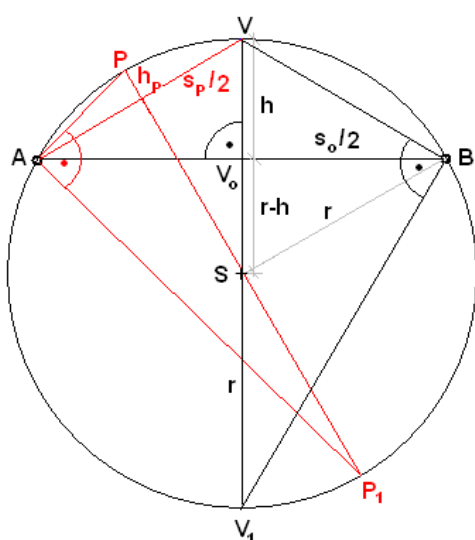
a z bodu KT má hodnotu:

$$\gamma_i = \beta_i.$$

### 11.1.5. Způsoby přibližného vytyčování kružnicového oblouku

Přibližného způsobu vytyčování kružnicového oblouku se používá zpravidla ke zhuštění již vytyčených podrobných bodů. Předpokládá se tedy přesné vytyčení dvou sousedních podrobných bodů kružnicového oblouku.

#### 11.1.5.1. Postup čtvrtinový



Obr.11 Čtvrtinový postup přibližného vytváření oblouku

Řešení vychází z pravoúhlého trojúhelníka, a to z Euklidovy a Pythagorovy věty (obr.11). Z trojúhelníka VBV<sub>1</sub> plyne:

$$\left(\frac{s_0}{2}\right)^2 = h \cdot (2r - h), \quad (11.28)$$

tedy

$$\left(\frac{s_o}{2}\right)^2 = 2hr - h^2. \quad (11.29)$$

Pro  $h \ll r$  a  $s_0 \Rightarrow h^2 \rightarrow 0$  a potom platí:

$$h \approx \frac{s_0^2}{8r}. \quad (11.30)$$

Z trojúhelníka  $VAV_0$  lze odvodit:

$$s_P^2 = h^2 + \left(\frac{s_0}{2}\right)^2. \quad (11.31)$$

Po dosazení rovnice (11.29) bude:

$$\begin{aligned} s_P^2 &= h^2 + 2hr - h^2, \\ s_P^2 &= 2hr \end{aligned} \quad (11.32)$$

$$s_P^2 = 2hr \quad (11.32)$$

tedy:

a po dosazení rovnice (11.30) bude platit:  $s_P^2 \approx \frac{s_0^2}{4}$ . (11.33)



Z trojúhelníka APP<sub>1</sub> platí:

$$\left(\frac{s_p}{2}\right)^2 = h_p \cdot (2r - h_p) \approx 2h_p r, \quad (11.34)$$

tedy:

$$h_p \approx \frac{s_p^2}{8r} = \frac{2hr}{8r}, \quad (11.35)$$

a

$$h_p \approx \frac{h}{4}. \quad (11.36)$$

Postup je vhodný pro ploché oblouky ( $h \ll r$  a  $s_o$ ), jinak se oblouk bortí.

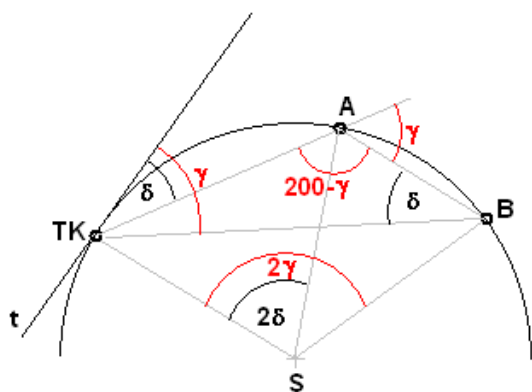
#### 11.1.5.2. Další postupy přibližného vytyčení

Literatura (např. [1]) uvádí další postupy přibližného vytyčení kružnicového oblouku, a to postupným sestrojováním tečen, postupným odbočováním od tětivy nebo od tečny či pomocí vzepětí.

#### 11.1.6. Vytyčování dalších prvků kružnice

Při jiném zadání kružnice než 2 tečnami a poloměrem (nejčastější způsob) je nutno určit další prvek, který převádí úlohu na základní zadání.

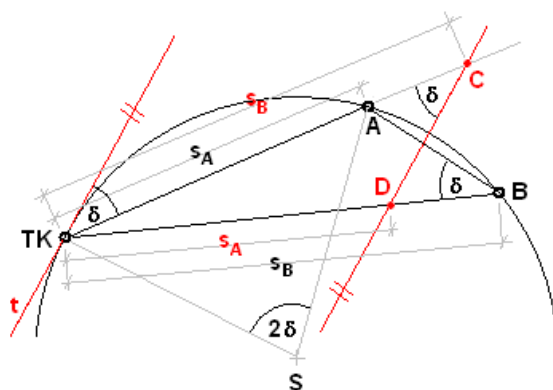
##### 11.1.6.1. Vytyčení tečny při zadání kružnice 3 body, měřením úhlů



Obr.12 Vytyčení tečny měřením úhlu

V terénu jsou dány body kružnicového oblouku TK, A, B, např. dřevěnými kolíky, k dispozici pro vytyčení směru tečny  $t$  je teodolit. Platí vztahy mezi středovým  $2\delta$  (popř.  $2\gamma$ ) obvodovým a úsekovým (mezi tečnou a tětivou) úhlem  $\delta$  ( $\gamma$ ) v kružnici nad stejným obloukem, či společnou tětivou (obr.12). Velikost obvodového úhlu  $\delta$  se změří na bodě B (popř. úhlu  $\gamma$  na bodě A) a směr tečny z bodu TK se vytyčí od směru na bod A, tj.  $400 \text{ gon} - \delta$  (resp. od směru na bod B, tedy  $400 \text{ gon} - \gamma$ ).

##### 11.1.6.2. Vytyčení tečny při zadání kružnice 3 body, měřením délek



Obr.13 Vytyčení tečny měřením délek

V terénu jsou opět dány body kružnicového oblouku TK, A, B, k dispozici pro vytyčení směru tečny  $t$  je pásma a pentagon. Využívá se stejných vztahů jako v předchozím případě. Změří se délky  $s_A$  (TK,A) a  $s_B$  (TK,B) a vynesou se na opačné strany ( $s_A$ ,  $s_B$ ) (obr.13). Tím se získají body C a D, které spolu s vrcholem TK vytvoří shodný trojúhelník s trojúhelníkem TK,A,B. Na bodě C tak musí být úhel  $\delta$ . Spojnice C,D je pak rovnoběžná se směrem tečny  $t$  v bodě TK a jedná se tedy o vytyčení rovnoběžky..

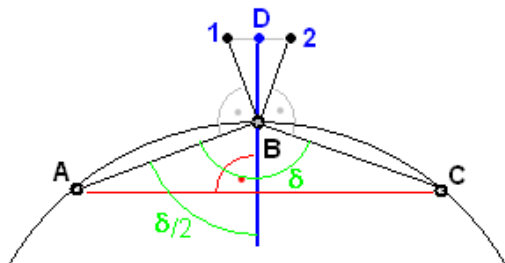
#### 11.1.7. Vytyčování normály v daném bodě kružnicového oblouku

Častou úlohou v dopravním stavitelství je vytyčení normály (příčného řezu), a to buď pro zaměřování podkladu pro projekt, nebo pro vytyčování zemního tělesa dopravní stavby. K dispozici jsou sousední body podélného profilu, a to zpravidla ve stejných, zaokrouhlených vzdálenostech.

### 11.1.7.1. Dány 3 sousední body oblouku ve stejných vzdálenostech

Směr normály je v tomto případě možno vytyčit různými způsoby, pomocí pásma a pentagonu nebo prostřednictvím teodolitu (obr.14).

- Pentagonem se vytyčí kolmice na obě sousední tětivy A,B a B,C a na ně se vytyčí stejné vzdálenosti (např. 10 m). Rozpůlením vzdálenosti koncových bodů kolmic se získá další bod příčného řezu D (obr.14 - modrá).



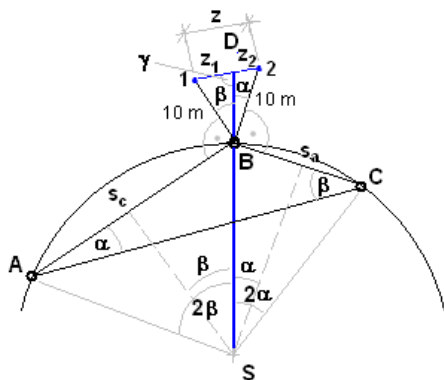
Obr.14 Vytyčení normály - stejné vzdálenosti

- Pentagonem se spustí kolmice z bodu B na tětivu A,C (obr.14 - červená). Kolmice je směrem příčného řezu.
- Teodolitem se změří vrcholový úhel  $\delta$  na bodě B a od tětivy B,A se vytyčí osa úhlu  $\delta/2$  (obr.14 - zelená), která je směrem příčného řezu.

### 11.1.7.2. Dány 3 sousední body v nestejných vzdálenostech

Postupy jsou podobné jako v předchozím případě.

- Opět se vytyčí kolmice na tětivy a určí jejich koncové body 1 a 2 ve vzdálenosti např. 10 m, navíc je ovšem nutno zaměřit délky  $s_a$  a  $s_c$  (obr.15) a délku  $z$  mezi body 1,2. Další bod D na normále se vytyčuje pomocí vzdálenosti  $z_1$  od bodu 1. Z trojúhelníka A,B,C platí:



Obr.15 Vytyčení normály - nestejně vzdálenosti

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{s_c}{s_a}, \quad (11.37)$$

z trojúhelníka B,1,D :

$$\frac{z_1}{\sin \beta} = \frac{10}{\sin \gamma}, \quad (11.38)$$

a z trojúhelníka B,D,2 :

$$\frac{z_2}{\sin \alpha} = \frac{10}{\sin(200-\gamma)}. \quad (11.39)$$

Platí tedy vztah:

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{z_1}{z_2}. \quad (11.40)$$

Dále se nahradí úsek  $z_2 = z - z_1$  a dosadí do vztahu:

$$z_1 = \frac{s_c}{s_a} \cdot z_2 = \frac{s_c}{s_a} \cdot (z - z_1) \quad (11.41)$$

a po úpravě platí:

$$z_1 = \frac{s_c}{s_a + s_c} \cdot z. \quad (11.42)$$

- Další možností je použití postupu pro vytyčení směru tečny pomocí měřených délek (odst. 8.1.6.2) vytyčení směru normály kolmicí na tečnu.
- Směr normály lze vytyčit též teodolitem, a to zaměřením a posléze vytyčením úhlů  $\alpha$  nebo  $\beta$ , resp.  $100 \text{ gon} - \alpha$  nebo  $100 \text{ gon} - \beta$ .