

SYLABUS 9. PŘEDNÁŠKY Z INŽENÝRSKÉ GEODÉZIE

(Řešení kružnicových oblouků v souřadnicích)

**3. ročník bakalářského studia
studijní program G
studijní obor G**

doc. Ing. Jaromír Procházka, CSc.

prosinec 2015

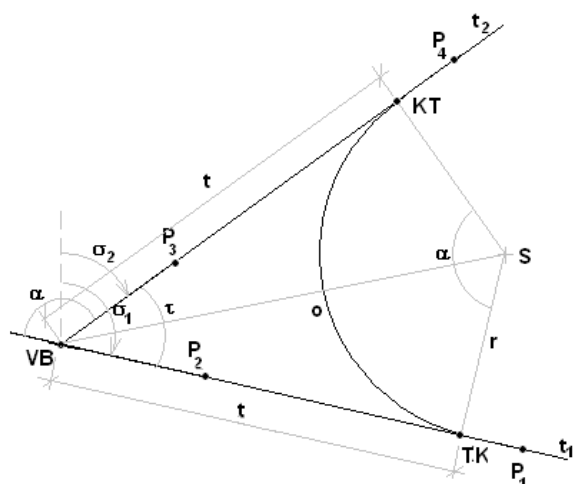
11.2. ŘEŠENÍ OBLOUKU KRUŽNICE V PRAVOÚHLÝCH SOUŘADNICÍCH

Analytické řešení trasy v pravoúhlých souřadnicích umožňuje vytyčení z libovolné vytyčovací sítě, což je výhodné zejména v zastavěných oblastech. Kružnice je dána třemi prvky např. tečnou ke kružnici, bodem na kružnici, poloměrem nebo středem kružnice (dvojnásobný prvek). Při více daných podmínkách se řeší složený oblouk z více kružnic, které v bodě dotyku mají společnou tečnu.

Ze tří zadaných prvků se počítají další, nutné pro vytyčení oblouku v terénu (např. průsečík tečen **VB**, začátek a konec oblouku **TK**, **KT**, středový úhel α nebo úhel tečen τ , střed oblouku **S**, délka tečny **t**, poloměr oblouku **r** a délka oblouku **o**). Řešení některých úloh je naznačeno v následujících odstavcích.

11.2.1. Oblouk daný dvěma tečnami a poloměrem

Jedná se o nejběžnější způsob zadání kružnicového oblouku.



Obr.1 Dány 2 tečny a poloměr

Dáno: r , $t_1 = [P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)]$,

$t_2 = [P_3(x_3, y_3), P_4(x_4, y_4)]$.

Určují se: souřadnice bodů **VB**, **TK**, **KT**, **S**, úhly α , τ a délky **t** a **o**.

Řešení:

Ze souřadnicových rozdílů bodů P_1, P_2 a P_3, P_4 se vypočtou směrníky tečen σ_1 a σ_2 (obr.1). Z rozdílu směrníků se vypočte úhel tečen τ a středový úhel α :

$$\tau = \sigma_1 - \sigma_2 ; \alpha = \sigma_2 - \sigma_1 + 200 \text{ gon} ,$$

tedy:

$$\alpha = 200 \text{ gon} - \tau . \quad (11.43)$$

Protínáním vpřed ze směrníků se určí souřadnice průsečíku tečen **VB**. Délka tečny **t**

se vypočte ze vztahu:

$$t = r \cdot \tan \frac{\alpha}{2} . \quad (11.44)$$

Z bodu **VB** se ve vzdálenosti **t** na tečnách t_1 a t_2 vypočtou souřadnice začátku a konce oblouku **TK** a **KT**, a to jako body na přímce či rajónem. Z těchto bodů se určí opět např. rajónem souřadnice středu kružnicového oblouku **S**. Ze známého poloměru **r** a středového úhlu α se vypočte délka oblouku **o**:

$$o = \frac{\alpha}{\rho} \cdot r . \quad (11.45)$$

11.2.2. Oblouk daný tečnou s dotykovým bodem a druhou tečnou

Dáno: $t_1 = [P_1(x_1, y_1), \text{TK} (x_{\text{TK}}, y_{\text{TK}})]$, $t_2 = [P_3(x_3, y_3), P_4(x_4, y_4)]$.

Určují se: souřadnice bodů **VB**, **KT**, **S**, úhly α , τ a délky **t**, **r** a **o**.

Řešení:

Postup výpočtu je stejný jako v předchozím případě (obr.1) s tím rozdílem, že délka tečny **t** se vypočte Pythagorovou větou ze souřadnic bodů **VB** a **TK** a poloměr **r** se poté vypočte ze vztahu:

$$r = \frac{t}{\tan \frac{\alpha}{2}} . \quad (11.46)$$

Výpočet ostatních prvků je stejný.

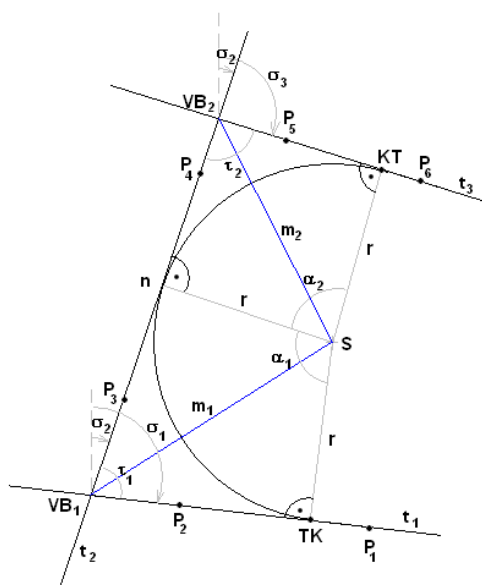
11.2.3. Oblouk daný třemi tečnami

Dáno: $t_1 = [P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)]$, $t_2 = [P_3(x_3, y_3), P_4(x_4, y_4)]$, $t_3 = [P_5(x_5, y_5), P_6(x_6, y_6)]$.

Určují se: souřadnice bodů TK, KT, S, úhel α , délky r a σ .

Řešení:

Nejprve se vypočtou směrníky tečen $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ a z nich úhly tečen (obr.2) :



Obr.2 Dány tři tečny

$$\tau_1 = \sigma_1 - \sigma_2 \text{ a } \tau_2 = \sigma_2 + 200 - \sigma_3 . \quad (11.47)$$

Protínáním vpřed ze směrníků se vypočtou souřadnice bodů VB₁ a VB₂ a z nich opět protínáním vpřed ze směrníků souřadnice středu kružnice S. Směrníky stran VB₁S a VB₂S se vypočtou ze vztahů:

$$\sigma_{1S} = \sigma_2 + \tau_1/2 \text{ a } \sigma_{2S} = \sigma_3 + \tau_2/2 . \quad (11.48)$$

Pythagorovou větou se ze souřadnic určí vzdálenosti m_1 a m_2 středu S od průsečíků tečen VB₁ a VB₂. Poloměr r je možno určit dvakrát ze vztahů:

$$r = m_1 \cdot \sin \tau_1/2 = m_2 \cdot \sin \tau_2/2 . \quad (11.49)$$

Poloměr r je možno určit též ze vzorce:

$$r = \frac{n}{\cotg \tau_1/2 + \cotg \tau_2/2} , \quad (11.50)$$

kde n je vzdálenost bodů VB₁, VB₂ (obr.2).

Středový úhel $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = 400 - (\tau_1 + \tau_2)$, další řešení je stejné jako v odst. 11.2.1.

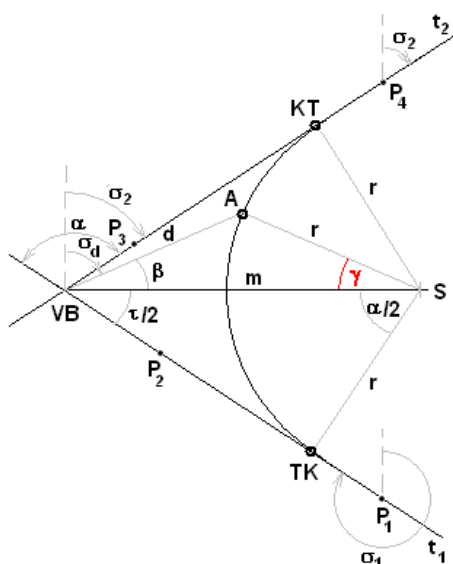
11.2.4. Oblouk daný dvěma tečnami a bodem

Dáno: $t_1 = [P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)]$, $t_2 = [P_3(x_3, y_3), P_4(x_4, y_4)]$ a bod A (x_A, y_A).

Určují se: souřadnice bodů TK, KT, S, úhel α , délky r a σ .

Řešení:

Ze souřadnic bodů tečen P₁ až P₄ se vypočtou směrníky tečen t_1 a t_2 a protínáním vpřed se určí souřadnice bodu VB. Z rozdílu směrníků tečen se vypočte středový úhel α (obr.3):



Obr.3 Dány dvě tečny a bod

$$\alpha = \sigma_2 + 400 - \sigma_1 . \quad (11.51)$$

Ze souřadnic bodů VB a A se vypočte směrník σ_d a délka d . Dále se vypočítá úhel β ze vztahu:

$$\beta = \sigma_2 + \tau/2 - \sigma_d . \quad (11.52)$$

Z trojúhelníka TK,VB,S platí:

$$\cos \alpha/2 = \frac{r}{m} \quad (11.53)$$

a z trojúhelníka VB,A,S pak:

$$\frac{r}{m} = \frac{\sin \beta}{\sin(\beta+\gamma)} . \quad (11.54)$$

Potom platí:

$$\cos \alpha/2 = \frac{\sin \beta}{\sin(\beta+\gamma)} \quad (11.55)$$

a odtud se vypočte γ :

$$\sin(\beta + \gamma) = \frac{\sin \beta}{\cos \alpha/2} \Rightarrow (\beta + \gamma) - \beta = \gamma . \quad (11.56)$$

Potom:

$$r = d \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} \quad (11.57)$$

Je-li znám poloměr r , je další výpočet již stejný jako v odst. 11.2.1.

11.2.5. Oblouk daný dvěma body dotyku a poloměrem

Dáno: TK (x_{TK} , y_{TK}), KT (x_{KT} , y_{KT}) a r .

Určují se: tečny t_1 , t_2 , souřadnice bodů VB, S, úhel α a délka oblouku o .

Řešení:

Ze souřadnic bodů TK a KT se vypočte směrnicí σ_o a délka s_o . Středový úhel α se určí ze vztahu (obr.4):

$$\sin \alpha/2 = \frac{s_o}{2r} . \quad (11.58)$$

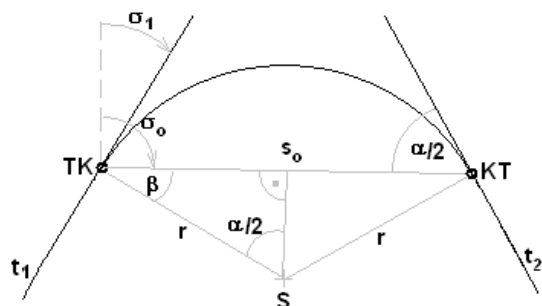
Směrnicí tečny t_1 je dán vztahem:

$$\sigma_1 = \sigma_o + \beta - 100 = \sigma_o - \alpha/2 . \quad (11.59)$$

Podobně lze určit i směrnicí σ_2 :

$$\sigma_2 = \sigma_o + 200 + \alpha/2 . \quad (11.60)$$

Další postup je již stejný jako v odst. 11.2.1.



Obr.4 Dány dva body dotyku a poloměr

11.2.6. Oblouk daný tečnou s dotykovým bodem a dalším bodem

Dáno: $t_1 = [P_1(x_1, y_1), TK(x_{TK}, y_{TK})]$, KT (x_{KT} , y_{KT}).

Určují se: tečna t_2 , souřadnice bodů VB, S, úhel α a délky r a o .

Řešení:

Ze souřadnic daných bodů se vypočte délka s_o a směrníky σ_1 a σ_o (obr.4) a z jejich rozdílu se určí středový úhel α :

$$\alpha/2 = \sigma_o - \sigma_1 . \quad (11.61)$$

Směrnicí tečny t_2 :

$$\sigma_2 = \sigma_o + 200 + \alpha/2 . \quad (11.62)$$

Poloměr r je možno vypočítat z rovnice (11.58):

$$r = \frac{s_o}{2 \cdot \sin \alpha/2} , \quad (11.63)$$

nebo postupem uvedeným v předchozích případech. Určení souřadnic a dalších prvků je obdobné jako v odst. 11.2.1.

11.2.7. Oblouk daný třemi body

Dáno: TK (x_{TK} , y_{TK}), KT (x_{KT} , y_{KT}) a A (x_A , y_A).

Určují se: tečny t_1 , t_2 , souřadnice bodů VB, S, úhel α a délky r a o .

Řešení:

Ze souřadnic daných bodů se vypočtou směrníky všech stran v trojúhelníku TK,A,KT a délka s_o (obr.5).

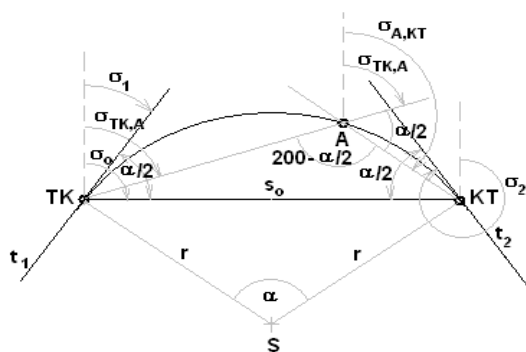
Středový úhel α se určí ze vztahu:

$$\alpha/2 = \sigma_{A,KT} - \sigma_{TK,A} . \quad (11.64)$$

Směrníky tečen se vypočítají z rovnic:

$$\sigma_1 = \sigma_o - \alpha/2 \text{ a } \sigma_2 = \sigma_o + 200 + \alpha/2 . \quad (11.65)$$

Další postup je stejný jako v předchozím případě.

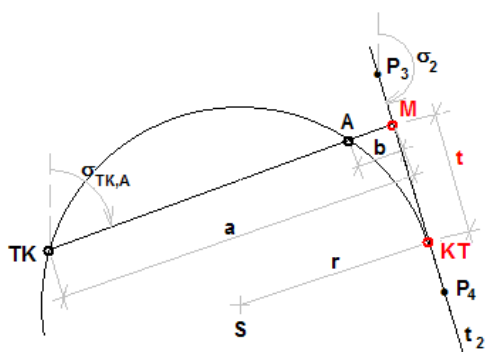


Obr.5 Dány tři body oblouku

11.2.8. Oblouk daný dvěma body a tečnou

Dáno: TK (x_{TK} , y_{TK}), A (x_A , y_A), $t_2 = [P_3(x_3, y_3), P_4(x_4, y_4)]$.

Určují se: tečna t_1 , souřadnice bodů KT, S, úhel α a délky r a a .



Obr.6 Dány 2 body a tečna

Řešení:

Ze souřadnic daných bodů se vypočítají směrníky $\sigma_{TK,A}$ a σ_2 (obr.6) a protínáním vpřed ze směrníků se určí souřadnice bodu M. Ze souřadnic bodů TK, M, resp. bodů A, M se vypočítá délka a a b . S využitím tzv. mocnosti bodu ke kružnici se vypočítá délka tečny t ze vztahu:

$$t = \sqrt{a \cdot b}.$$

Rajónem se dále určí souřadnice bodu KT od bodu M, ve směru tečny t_2 . Další výpočet je již stejný jako v předchozích případech. Pozor na to, že úloha je dvojnásobná!

11.2.9. Složené oblouky

Podmínky stanovené pro možnost styku dvou oblouků bez vložené přímky či mezilehlé přechodnice jsou dány příslušnými ČSN.

Pro jednoznačné určení složeného oblouku je zapotřebí $2n + 1$ podmínek, kde n je počet kružnic. V základních úlohách pro řešení 2 kružnic, kterým se zde budeme zabývat, je tedy třeba pěti podmínek. Jedná se o 4 úlohy pro stejnosměrný i protisměrný oblouk, a to za předpokladu, že jeden oblouk je dán tečnou s dotykovým bodem a poloměrem. Vždy se začíná řešením oblouku zadaného třemi prvky.

11.2.9.1. První oblouk je dán 3 prvky, druhý začátkem oblouku a tečnou

Dáno: : $t_1 = [P_1(x_1, y_1), TK_1(x_{TK1}, y_{TK1})]$, $K_1K_2 = KT_1 \equiv TK_2$ (x_{K1K2} , y_{K1K2}), $t_2 = [P_3(x_3, y_3), P_4(x_4, y_4)]$.

Určují se: tečna t_3 v bodě K_1K_2 , souřadnice bodů KT_2 , S, úhly α_i a délky r_i a σ_i .

Řešení:

Nejprve bude řešen první oblouk, jako tečna s bodem dotyku TK_1 a dalším bodem $KT_1 \equiv K_1K_2$ (odst. 11.2.6). Z rozdílu směrníků σ_0 a σ_1 se určí středový úhel α_1 (obr.7):

$$\alpha_1/2 = \sigma_0 - \sigma_1 \quad (11.66)$$

a dále poloměr r_1 :

$$r_1 = \frac{s_0}{2 \cdot \sin \alpha_1/2}. \quad (11.67)$$

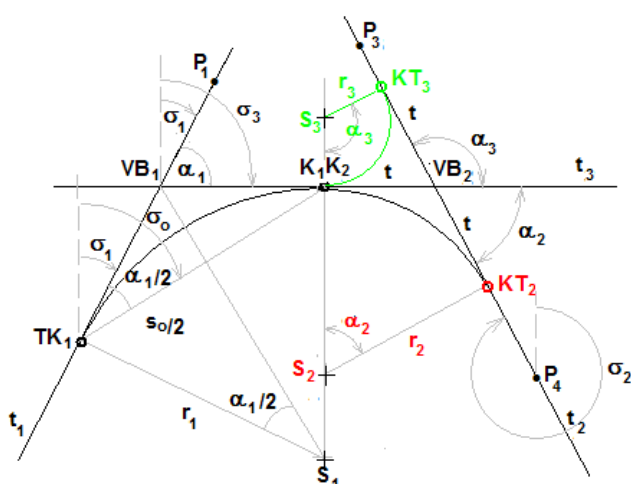
Souřadnice středu prvního oblouku S_1 se vypočtou jako bod na kolmici k tečně t_1 v bodě TK_1 nebo rajónem z téhož bodu.

Směrník σ_3 se např. určí na vrcholu VB_1 :

$$\sigma_3 = \sigma_1 + \alpha_1, \quad (11.68)$$

nebo jako kolmice na směrník normály v bodě K_1K_2 (spojnice s bodem S_1). Tím je dána tečna t_3 .

Druhý oblouk se poté řeší tak, že se nejprve vypočítají souřadnice vrcholu VB_2



Obr.7 První oblouk dán 3 prvky, druhý začátkem oblouku a tečnou

protínáním vpřed ze směrníků z bodů K_1K_2 a P_3 nebo P_4 . Ze souřadnic K_1K_2 a VB_2 se vypočte délka tečny druhého oblouku t (obr.7) a např. rajónem z bodu VB_2 se určí souřadnice bodu KT_2 , je-li oblouk stejnosměrný (v obr.7 červeně), popř. KT_3 , jedná-li se o oblouk protisměrný (v obr.7 zeleně). Další řešení je již zřejmé.

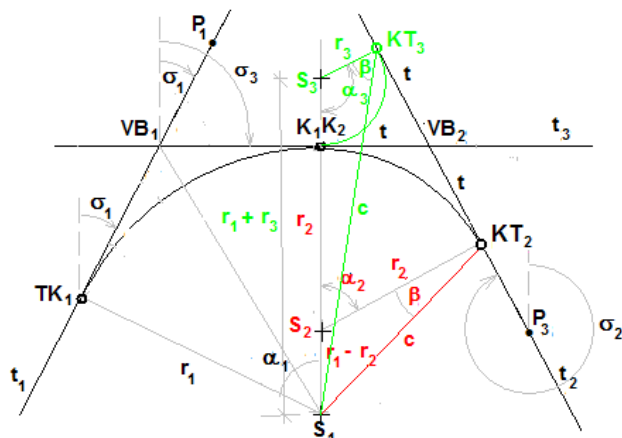
11.2.9.2. První oblouk je dán třemi prvky, druhý tečnou s dotykovým bodem

Dáno: : $t_1 = [P_1(x_1, y_1), TK_1(x_{TK1}, y_{TK1})]$, r_1 , $t_2 = [P_3(x_3, y_3), KT_2(x_{KT2}, y_{KT2})]$.

Určují se: poloměr r_2 , souřadnice S_2 a další prvky jako v odst.11.2.9.1.

Řešení:

Po výpočtu směrníku σ_1 ze souřadnic bodů TK_1 a P_1 se určí rájónem souřadnice středu prvního oblouku S_1 . Z trojúhelníka S_1, S_2, KT_2 se vypočte poloměr druhého oblouku r_2 :



Obr.8 První oblouk dán 3 prvky, druhý tečnou s bodem dotyku

Nejprve se ze souřadnic bodů S_1 a KT_2 vypočte směrník $\sigma_{S1,KT2}$ a délka c a ze souřadnic bodů P_3 a KT_2 směrník σ_2 . Z rozdílu směrníků se vypočte úhel β :

$$\beta = \sigma_{KT2,S2} - \sigma_{KT2,S1_2}, \quad (11.69)$$

tedy

$$\beta = \sigma_2 - 100 - \sigma_{KT2,S1}. \quad (11.70)$$

Poloměr r_2 se vypočte pomocí kosinové věty, a to pro stejnosměrný oblouk:

$$(r_1 - r_2)^2 = c^2 + r_2^2 - 2r_2c \cdot \cos \beta$$

a odtud po úpravě :

$$r_2 = \frac{r_1^2 - c^2}{2(r_1 - c \cdot \cos \beta)}. \quad (11.71)$$

Pro protisměrný oblouk: $(r_1 + r_3)^2 = c^2 + r_3^2 - 2r_3c \cdot \cos \beta$

a poloměr:

$$r_3 = \frac{c^2 - r_1^2}{2(r_1 + c \cdot \cos \beta)}. \quad (11.72)$$

Rájónem z bodu KT_2 se určí souřadnice středu druhého oblouku S_2 a dále směrník $\sigma_{S1,S2}$, který je zároveň směrníkem normály z bodu K_1K_2 , jehož souřadnice lze poté určit rájónem z bodu S_2 (délka r_2) nebo z bodu S_1 (délka r_1). Další postup je již zřejmý.

Poznámka: Pro protisměrný oblouk jsou prvky označeny indexem 3 a zelenou barvou.

11.2.9.3. První oblouk je dán třemi prvky, druhý koncem oblouku a poloměrem

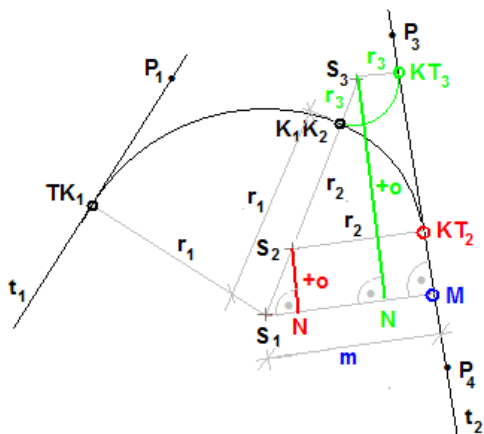
Dáno: : $t_1 = [P_1(x_1, y_1), TK_1(x_{TK1}, y_{TK1})]$, r_1 , $KT_2(x_{KT2}, y_{KT2})$, r_2 .

Určují se: úhel β , souřadnice S_2 a další prvky jako v odst.8.2.9.1.

Řešení:

Řešení je stejné jako v odst.11.2.9.2 (obr.8), pouze místo poloměru se z kosinové věty určuje úhel β . Úhel β může vyjít i záporný, což je nutno posoudit z obrázku.

11.2.9.4. První oblouk je dán třemi prvky, druhý tečnou a poloměrem



Obr.9 První oblouk dán 3 prvky, druhý tečnou a poloměrem

Dáno: : $t_1 = [P_1(x_1, y_1), TK_1(x_{TK1}, y_{TK1})]$, r_1 , $t_2 = [P_3(x_3, y_3), P_4(x_4, y_4)]$, r_2 .

Určují se: souřadnice KT_2 a další prvky jako v odst.11.2.9.1.

Řešení:

U prvního oblouku se nejprve vypočtou souřadnice středu S_1 . U druhého oblouku se ze souřadnic daných bodů vypočítá směrník tečny σ_2 a protínáním vpřed ze směrníků se určí souřadnice bodu M (obr.9). Jedná se o průsečík tečny t_2 s kolmicí k ní, procházející bodem S_1 (možno určit též jako patu kolmice). Ze souřadnic bodů M a S_1 se vypočte délka m

a z trojúhelníka S_1, S_2, N se vypočítá délka o pro stejnosměrný oblouk:

$$o = \sqrt{(r_1 - r_2)^2 - (m - r_2)^2} . \quad (11.73)$$

Pro protisměrný oblouk platí (obr.9):

$$o = \sqrt{(r_1 + r_3)^2 - (m - r_3)^2} . \quad (11.74)$$

Z bodu M je pak možno vypočítat souřadnice bodu KT_2 (popř. KT_3) rájónem nebo jako bod na přímce ve vzdálenosti o . Je-li poloměr druhého oblouku větší než prvního oblouku, bude se délka o vynášet u stejnosměrného oblouku opačným směrem od bodu M.

11.2.9.5. Podmínky pro řešení složeného oblouku

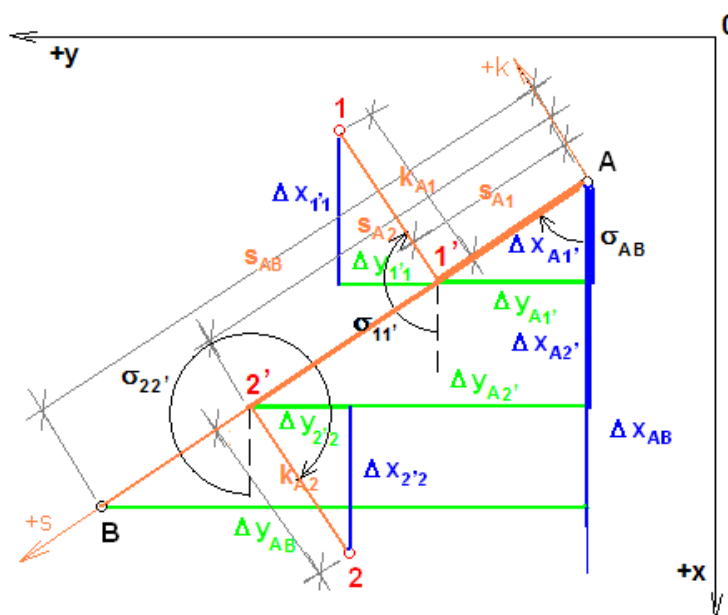
Podle zadání lze řešit oblouk stejnosměrný nebo protisměrný, v konkrétním případě připadá však v úvahu pouze jedno řešení. Někdy je řešitelný pouze jeden případ, jindy je úloha neřešitelná (poloměr r v odst. 11.2.9.2 vychází záporný, $\cos\beta$ v odst. 11.2.9.3 vychází >1 nebo < -1 , popř. výraz pod odmocninou v odst.11.2.9.4 je záporný). U posledních dvou úloh může být zadání takové, že je složeným obloukem neřešitelné (neřešitelné jsou v tom případě obě rovnice).

11.2.10. Souřadnicové řešení při vytyčování podrobných bodů

Nejvhodnějšími způsoby výpočtu souřadnic podrobných bodů kružnicového oblouku jsou transformace ze souřadnicové soustavy vložené do tečny oblouku do souřadnicové soustavy S-JTSK nebo spojení podrobných bodů do polygonového pořadí, připojeného na hlavní body oblouku.

11.2.10.1. Výpočet souřadnic podrobných bodů transformací

Pravoúhlé souřadnice podrobných bodů kružnicového oblouku vztažené k tečně se určí postupem uvedeným v odst. 11.1.4.4 ([přednáška č.8](#)). Další postup výpočtu spočívá v transformaci těchto pravoúhlých souřadnic (staničení s_i a kolmice k_i) do souřadnicové soustavy, ve které je počítána vytyčovací síť (S-JTSK, tj. souřadnice x_i a y_i) a ve které jsou známé souřadnice hlavních bodů (TK, KK, KT) a bodů udávajících polohu tečny (P_i). Vzhledem k tomu, že jde o výpočet vytyčovacích prvků z volených (tedy nikoli z měřených) hodnot, jedná se o shodnostní transformaci (obr.10).



Obr.10 Shodnostní transformace ze souřadnicové soustavy s, k do soustavy JTSK

V obrázku 10 je pro kružnicový oblouk bod $A \equiv TK$ (popř. KT), bod $B \equiv VB$ (nebo P_i) a směrnik $\sigma_{A,B} \equiv \sigma_t$ (směrnik tečny t). Uvažuje-li se délka kolmice vždy s kladným

znaménkem, je třeba rozlišit v transformačních rovnicích, směřuje-li kolmice vpravo či vlevo od tečny (ve směru rostoucího staničení $+s$).

Transformační rovnice pro kolmici vpravo od tečny:

$$x_1 = x_A + s_{A,1} \cdot \cos \sigma_{A,B} + k_1 \cdot \cos(\sigma_{A,B} + 100 \text{ gon}), \quad (11.75)$$

$$y_1 = y_A + s_{A,1} \cdot \sin \sigma_{A,B} + k_1 \cdot \sin(\sigma_{A,B} + 100 \text{ gon}) \quad (11.76)$$

a po úpravě:

$$x_1 = x_A + s_{A,1} \cdot \cos \sigma_{A,B} - k_1 \cdot \sin \sigma_{A,B}, \quad (11.77)$$

$$y_1 = y_A + s_{A,1} \cdot \sin \sigma_{A,B} + k_1 \cdot \cos \sigma_{A,B}. \quad (11.78)$$

Transformační rovnice pro kolmici vlevo od tečny:

$$x_2 = x_A + s_{A,2} \cdot \cos \sigma_{A,B} + k_2 \cdot \cos(\sigma_{A,B} + 300 \text{ gon}), \quad (11.79)$$

$$y_2 = y_A + s_{A,2} \cdot \sin \sigma_{A,B} + k_2 \cdot \sin(\sigma_{A,B} + 300 \text{ gon}) \quad (11.80)$$

a po úpravě:

$$x_2 = x_A + s_{A,2} \cdot \cos \sigma_{A,B} + k_2 \cdot \sin \sigma_{A,B}, \quad (11.81)$$

$$y_2 = y_A + s_{A,2} \cdot \sin \sigma_{A,B} - k_2 \cdot \cos \sigma_{A,B}. \quad (11.82)$$

Pokud by se uvažovalo znaménko souřadnic lokální soustavy s , k (tedy kolmice vlevo je záporné hodnoty), platí upravené rovnice pro kolmici vpravo pro oba případy.

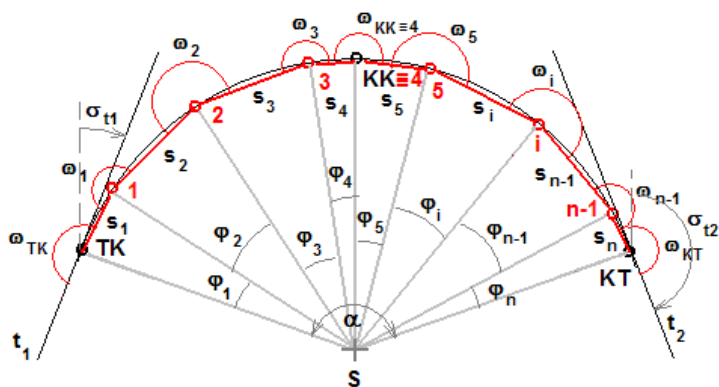
11.2.10.2. Výpočet souřadnic podrobných bodů zapojením do polygonového pořadu

Podrobné body kružnicového oblouku je možno spojit do polygonového pořadu, který bude pravidelný, jsou-li délky stran (délky oblouku mezi podrobnými body) voleny stejné. V tom případě jsou i vrcholové úhly stejné velikosti. Je-li staničení průběžné, je zpravidla první a poslední strana pořadu (v případě zapojení bodu KK i strany uprostřed pořadu) různé velikosti. Jedná se o pořad oboustranně připojený a oboustranně orientovaný.

Ze zvolených délek oblouku a známého poloměru se vypočítají odpovídající středové úhly φ_i , přičemž součet všech dílčích středových úhlů $\sum \varphi_i$ je roven středovému úhlu

oblouku α (obr.10). Vrcholové úhly ω_i a délky stran (tětiv) s_i se vypočítají stejně jako v odst. 11.1.4.3. „Vytyčení podrobných bodů polární metodou s přenášením přístroje po obvodě“ (přednáška č.8).

Vzhledem k tomu, že všechny veličiny vstupující do výpočtu polygonového pořadu jsou vypočtené (nikoli měřené), uzávěry (úhlový i souřadnicové) jsou bezchybné a mohou se lišit pouze o zaokrouhlení. Proto se



Obr. 11 Výpočet souřadnic podrobných bodů polygonovým pořadem

výpočet provádí o řád přesněji, než se požadují výsledné hodnoty souřadnic.

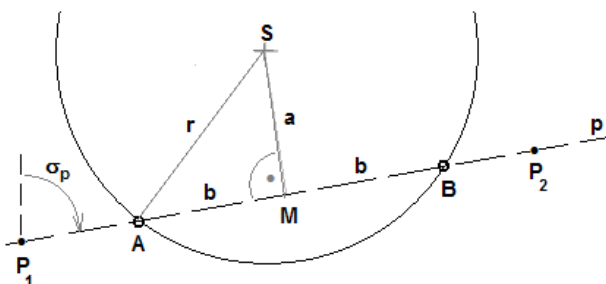
11.2.10.3. Výpočet vytyčovacích prvků podrobných bodů oblouku

Souřadnicové řešení oblouků má přednost v možnosti vytyčení od libovolné vytyčovací sítě, a to různými způsoby (polární metodou, pravoúhlými souřadnicemi, protínáním vpřed z úhlů i délek či technologiemi GNSS). To je výhodné zejména v zastavěném území, kde je vybudována dostatečně přesná vytyčovací síť. Při výpočtu vytyčovacích prvků ze souřadnic je třeba zavést odpovídající korekce.

11.2.11. Výpočet průsečíku přímky s kružnicí

Tato úloha se řeší například při určení průsečíku dvou komunikací, z nichž jedna je v přímce a druhá v oblouku nebo pro určení staničení chráničky procházející pod komunikací, která je v oblouku (průsečík s osou komunikace). Při analytickém řešení se jedná o řešení dvou rovnic o dvou neznámých, přičemž jedna rovnice má tvar lineární (přímka) a druhá kvadratický (kružnice).

Lze však použít i řešení s využitím jednoduchých geodetických úloh. Přímka p je dána dvěma body (P_1, P_2), kružnice středem S a poloměrem r (obr.12).



Obr.12 Výpočet průsečíku přímky s kružnicí

Nejprve se vypočte směrník přímky σ_p . Z bodu P_1 , (popř. P_2) a středu kružnice S se protínáním vpřed ze směrníků σ_p a $\sigma_p + 100$ gon (obr.12) určí souřadnice bodu M . Pythagorovou větou se ze souřadnicových rozdílů bodu M a S vypočte délka a . Z pravoúhlého trojúhelníka A, M, S se určí délka b :

$$b = \sqrt{r^2 - a^2} . \quad (11.83)$$

Souřadnice průsečíků A, B se mohou vypočítat např. rajónem nebo jako bod na přímce.

11.2.12. Výpočet průsečíku dvou kružnic

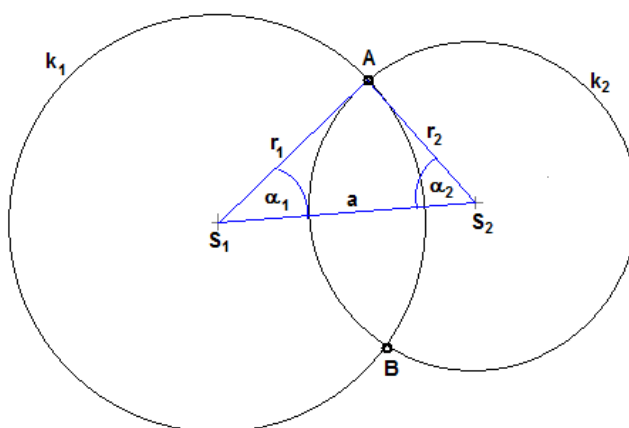
Úlohu je opět možno řešit analyticky, prostřednictvím dvou kvadratických rovnic o dvou neznámých. Kružnice jsou dány svými středy S_1, S_2 a poloměry r_1, r_2 .

Geometrické řešení vychází z trojúhelníka S_1, S_2, A (popř. B) (obr.13). Ze souřadnic středů kružnic se vypočte délka a a směrník σ_{S_1, S_2} . Ve výše zmíněném trojúhelníku jsou tedy známy 3 délky a kosinovou větou se určí úhel α_1 (α_2):

$$\cos \alpha_1 = \frac{r_1^2 + a^2 - r_2^2}{2ar_1} . \quad (11.84)$$

Souřadnice bodu A se vypočtou rajónem z bodu S_1 (délka r_1 , směrník $\sigma_{S_1, A} = \sigma_{S_1, S_2} - \alpha_1$). Kontrolu je možno provést z bodu S_2 .

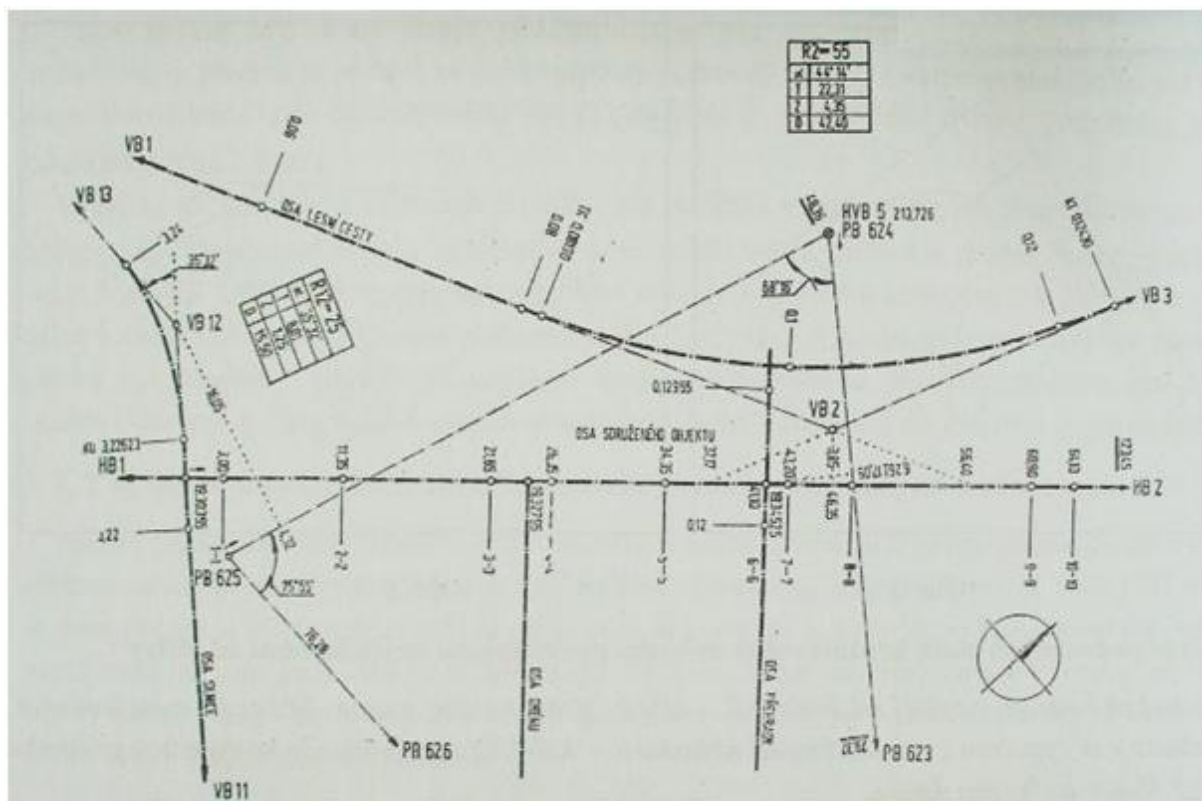
Obdobně lze určit i bod B .



Obr.13 Výpočet průsečíku dvou kružnic

11.2.13. Vytyčovací výkres

Vytyčovací výkres liniové stavby slouží k vytyčení osy komunikace, tedy k vytyčení podrobných bodů v přímém úseku a k vytyčení hlavních i podrobných bodů kružnicového oblouku (obr.14). Obsahuje body vytyčovací sítě, vytyčovací prvky, popř. souřadnice hlavních a podrobných bodů, použitý souřadnicový a výškový systém, značku severu, měřítko vytyčovacího výkresu, zhotovitele, popř. další údaje.



Obr.14 Ukázka vytyčovacího výkresu komunikace