

# 4. přednáška ze stavební geodézie SGEA

Ing. Tomáš Křemen, Ph.D.

# Měření úhlů

Základní pojmy

Optickomechanické teodolity

Elektronické teodolity, totální stanice

Osové podmínky, chyby při měření úhlů

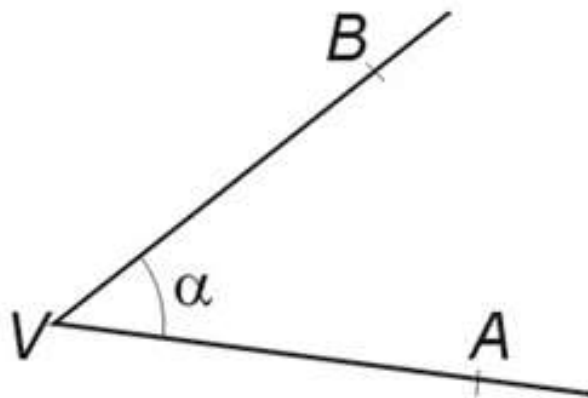
Měření ve dvou polohách dalekohledu

Postup při měření vodorovného a zenitového úhlu

# Úhel

**Úhel (rovinný)** je část roviny ohraničená dvěma polopřímkami VA a VB se společným počátkem V. Polopřímky vymežující úhel v rovině se nazývají ramena úhlu. Společný počáteční bod polopřímek se nazývá vrchol úhlu.

Úhel se znázorňuje pomocí jeho ramen, mezi kterými se vyznačí oblouček kolem vrcholu úhlu. Zápis úhlu se provádí pomocí řeckého písmene, nebo pomocí symbolu úhlu a tří bodů v pořadí: pomocný bod na prvním rameni - vrchol - pomocný bod na druhém rameni.



úhel .....  $\sphericalangle AVB$  nebo  $\alpha$   
ramena ...  $\vec{VA}$ ,  $\vec{VB}$   
vrchol ..... V

# Zákonné měřicí jednotky

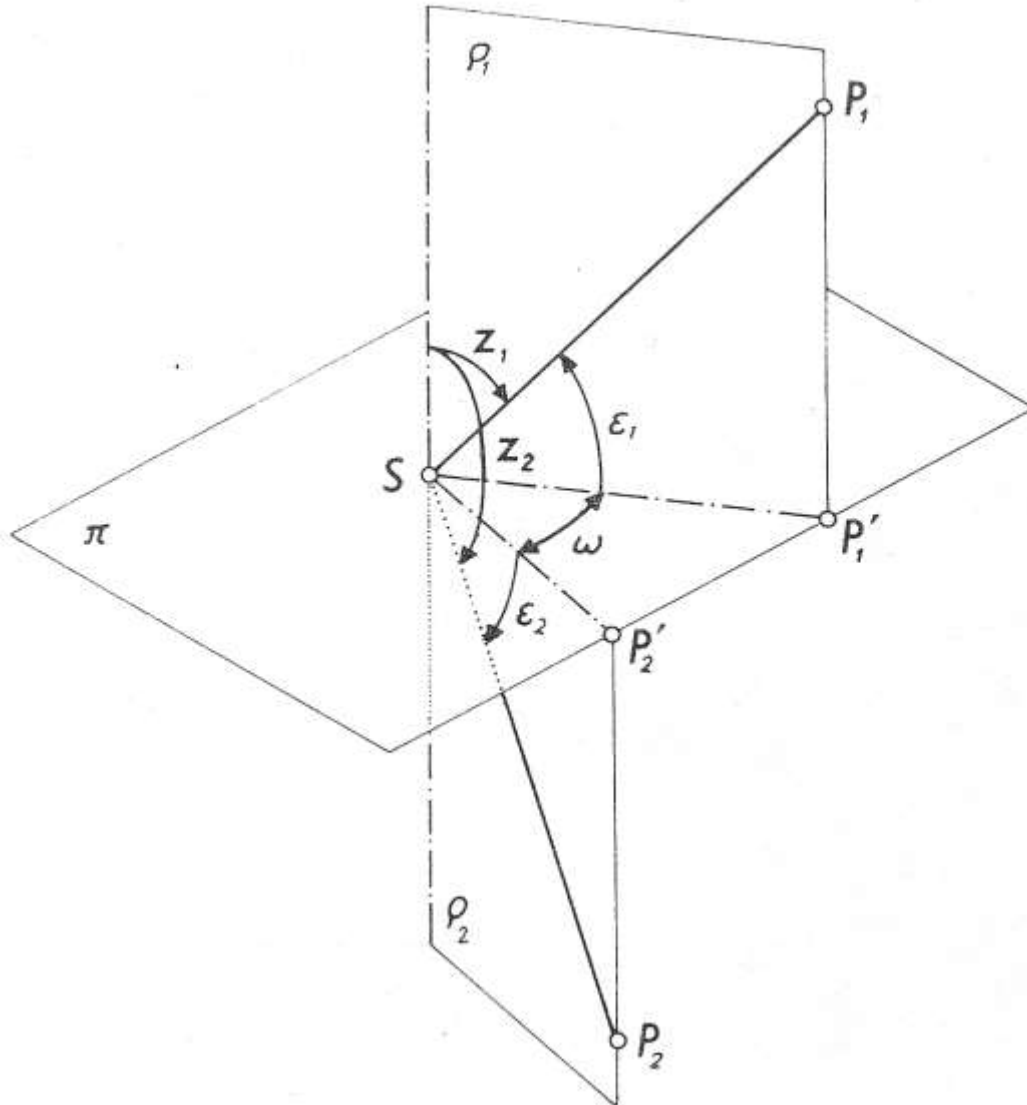
Jsou dány ČSN ISO 1000 (Jednotky SI a doporučení pro užívání jejich násobků a pro užívání některých dalších jednotek, 1997).

Radián (rad) je odvozenou jednotkou SI, je to rovinný úhel sevřený dvěma polopřímkami, které na kružnici opsané z jejich počátečního bodu vytínají oblouk o délce rovné jejímu poloměru. Je bezrozměrný. Vedlejšími jednotkami jsou stupeň ( $^{\circ}$ ), gon (nebo grad,  $^g$ ).

Při měření se v geodézii využívají hlavně gony.

	Plný úhel	Pravý úhel	Části	
Radián	$2\pi$	$\pi/2$	---	
Stupeň	$360^{\circ}$	$90^{\circ}$	$1' = 1^{\circ}/60$	$1'' = 1^{\circ}/3600$
Grad	$400^g$	$100^g$	$1^c = 1^g/100$	$1^{cc} = 1^g / 10000$

# Základní pojmy

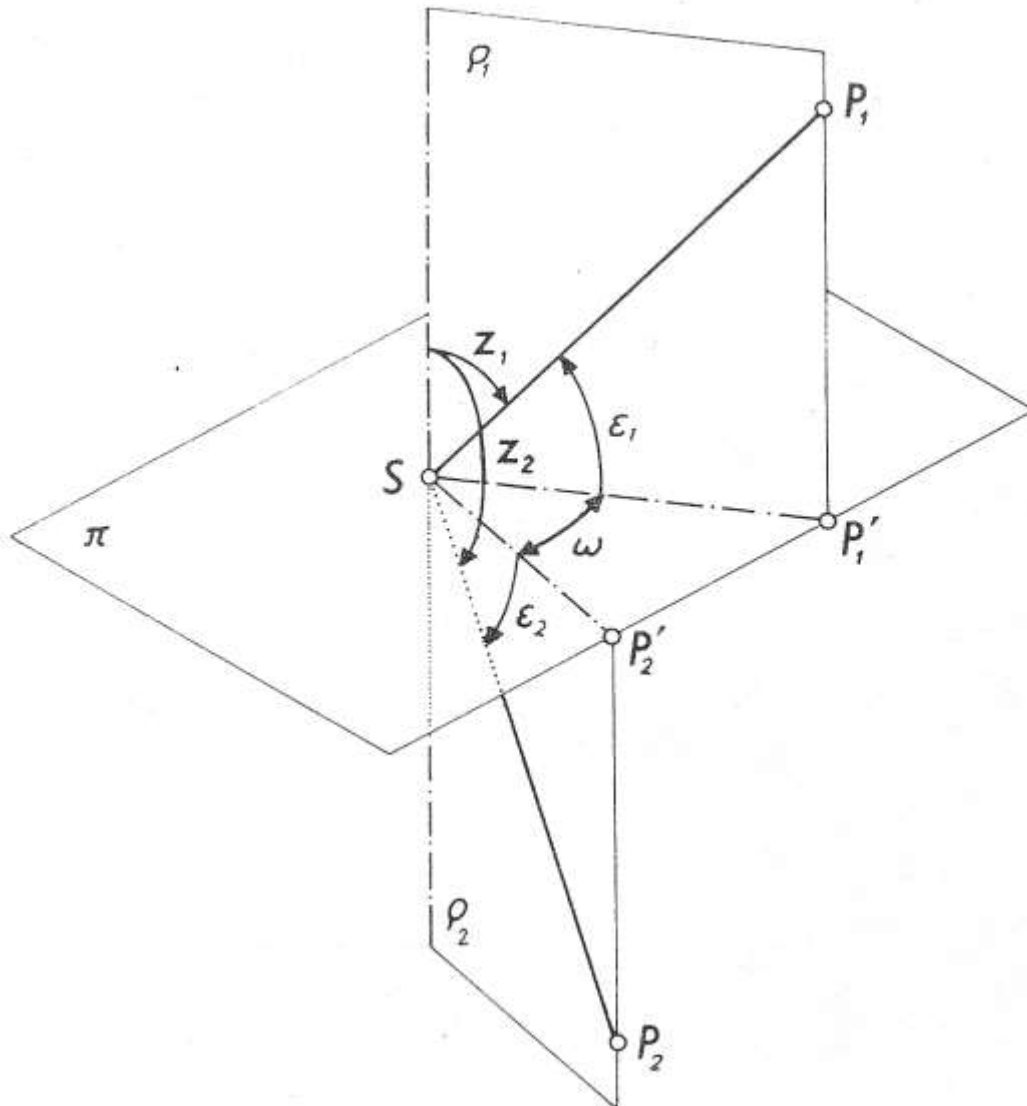


**Záměrná přímka** je spojnice bodů  $S$  a  $P$ .

**Vodorovný směr  $\phi$**  je směr průsečnice svislé roviny  $\rho$  proložené body  $S$  a  $P$  a vodorovné roviny  $\pi$  proložené bodem  $S$ .

**Vodorovný úhel  $\omega$**  je úhel sevřený průsečnicemi svislých rovin  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  a vodorovné roviny  $\pi$ .

# Základní pojmy



**Svislý úhel  $\varepsilon$**  – úhel ve svislé rovině  $\rho$  měřený od průsečnice s vodorovnou rovinou ke spojnici bodů S a P.

výškový (nad vodorovnou rovinou), znaménko + ( $\varepsilon_1$ )

hloubkový (pod vodorovnou rovinou), znaménko - ( $\varepsilon_2$ )

**Zenitový úhel  $z$**  - úhel ve svislé rovině  $\rho$  měřený od svislice ke spojnici bodů S a P

# Teodolity



# Teodolity

Používají se na měření vodorovných směrů a svislých úhlů.

Dělení:

Dle konstrukce:

Optickomechanické.

Elektronické (většinou mají vestavěný dálkoměr, tzv. totální stanice).

Dle přesnosti:

Minutové teodolity – nejmenší dílek stupnice je 1 nebo 2 minuty (šedesátinné nebo setinné).

Vteřinové teodolity – nejmenší dílek je 1 nebo 2 vteřiny (šedesátinné nebo setinné).

Triangulační teodolity – nejpřesnější, lze číst desetiny vteřiny.





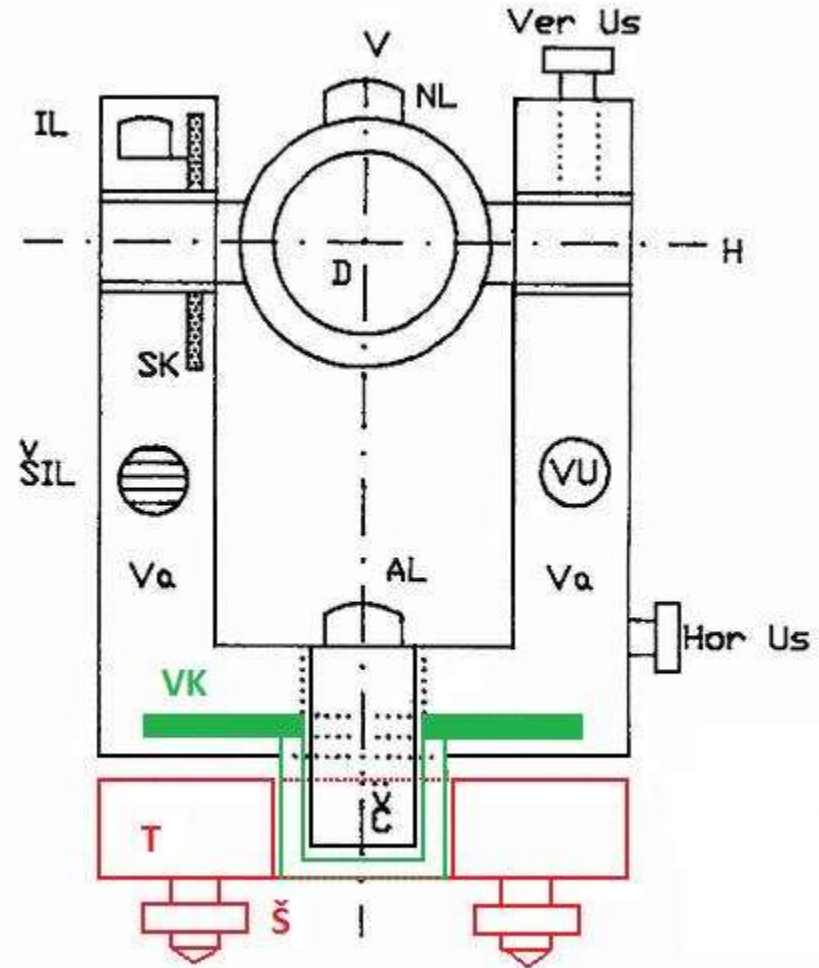
# Teodolit - součásti

Teodolit se skládá ze tří hlavních částí:

**Trojnožka** – umožňuje postavení teodolitu na stativ nebo jinou podložku.

**Limbus** – spodní část, která při měření zůstává nehybná.

**Alhidáda** – vrchní část, která se při měření otáčí.



# Elektronické teodolity, totální stanice

- Napájeny proudem z vestavěných nebo externích baterií.
- Měřené hodnoty se zobrazují v digitální formě na displeji.
- Přesnější přístroje mají vestavěný kompenzátor polohy osy V.
- Oprava indexové chyby může být zaváděna do měřených hodnot automaticky.
- Měřená data mohou být ukládána na paměťová média.
- Mají řadu funkcí, např. nastavení libovolné hodnoty vodorovného kruhu do požadovaného směru, volbu úhlových jednotek.
- Některé přístroje umožňují vkládání popisných nebo číselných informací.
- Některé přístroje jsou motorizované a umožňují samočinné cílení přístroje.
- Elektronické teodolity mají často vestavěný elektronický dálkoměr a obsahují geodetický software. Tento typ přístroje se nazývá totální stanice.
- Výrobci: Leica, Topcon, Trimble, ...

# Elektronické teodolity, totální stanice



# Měření ve dvou polohách dalekohledu

Základním měřením směrů je jedna skupina, tj. měření směru ve dvou polohách dalekohledu. Tím dojde k odstranění některých přístrojových chyb.

I. poloha – svislý kruh je vlevo

II. poloha – svislý kruh je vpravo

V ideálním případě platí :

$$\phi_1 - \phi_2 = \pm 200g,$$

$$z_1 + z_2 = 400g.$$

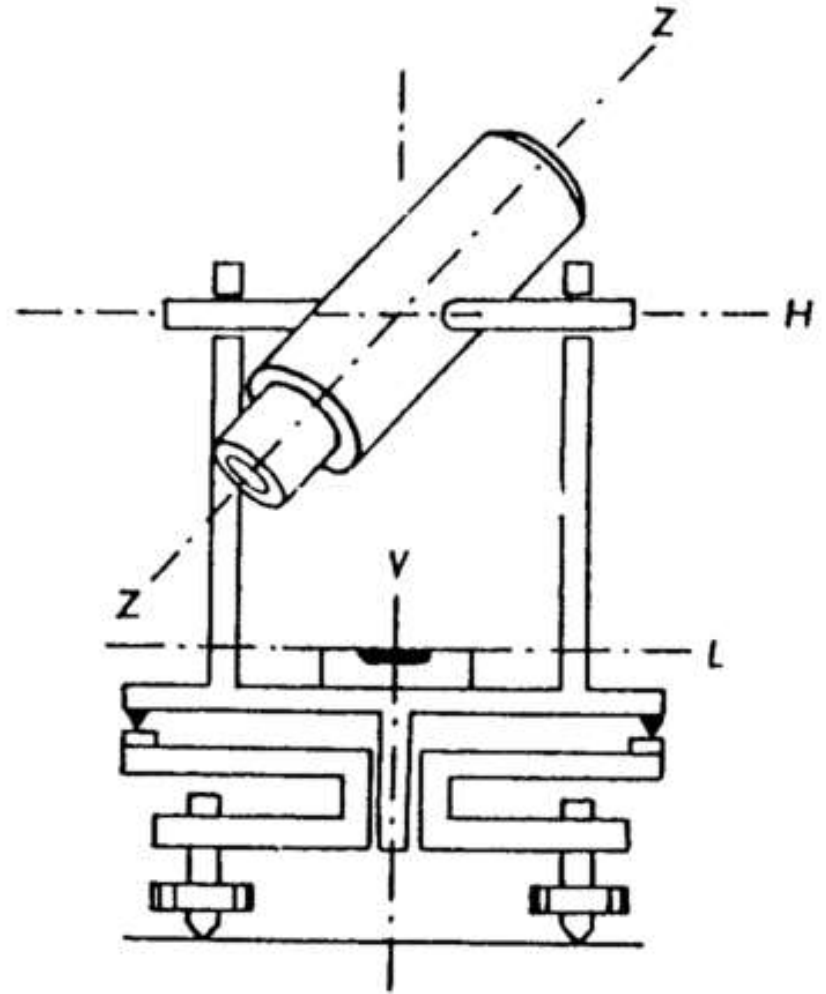
# Osy teodolitu

Z – záměrná osa

V – svislá osa (osa alhidády)

H – vodorovná osa (točná osa dalekohledu)

L – osa alhidádové libely



# Osové podmínky

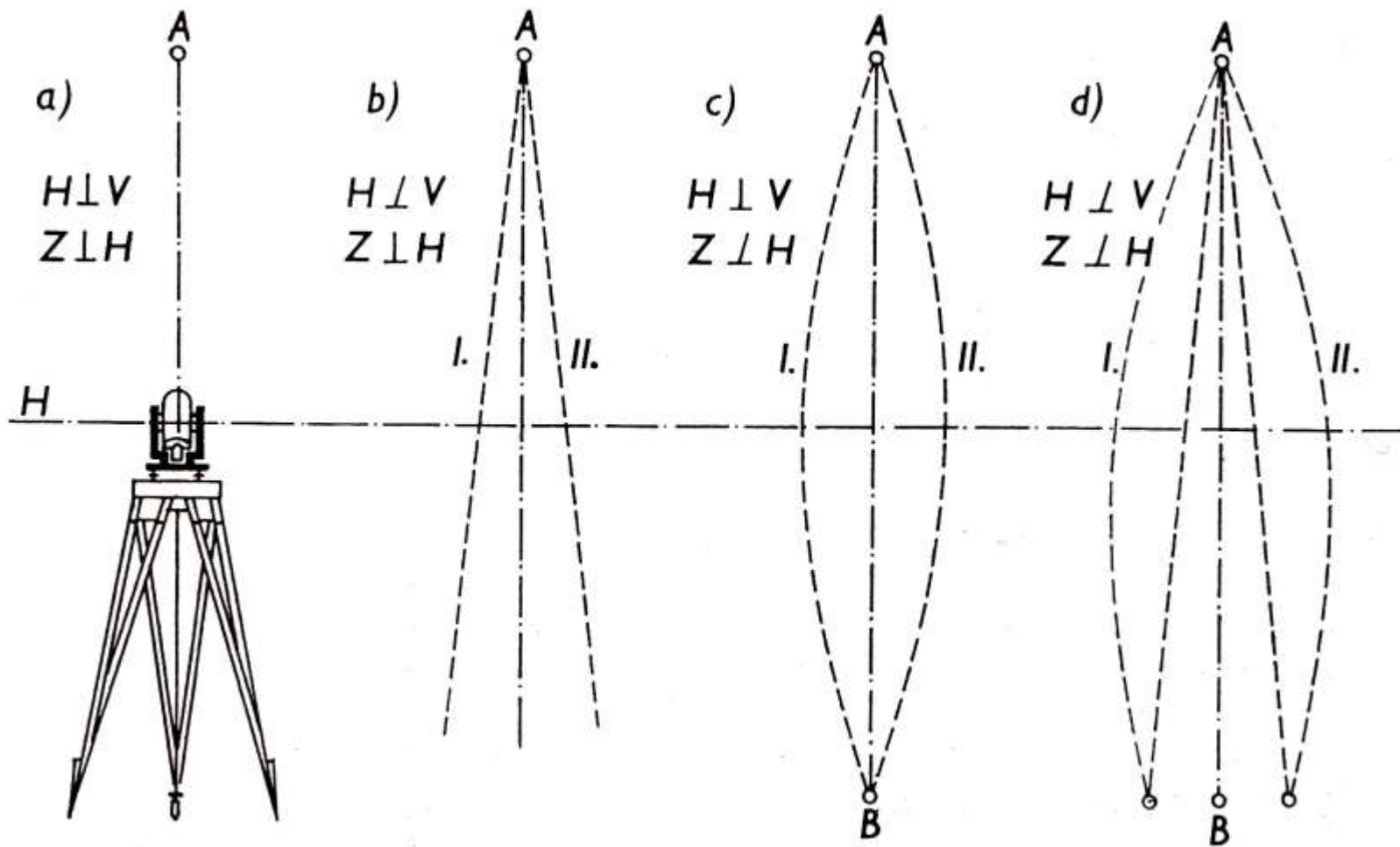
Při měření musí být teodolit zcentrován a zhorizontován (viz. cvičení) a musí splňovat tzv. osové podmínky.

- $L \perp V$       Osa libely  $L$  je kolmá k ose alhidády  $V$ .
- $Z \perp H$       Záměrná osa  $Z$  je kolmá k točné ose dalekohledu  $H$ .
- $H \perp V$       Točná osa dalekohledu  $H$  je kolmá na osu alhidády  $V$ .

ad 1) Tato chyba se nevyloučí měřením ve dvou polohách.

ad 2) Kolimační chyba – vyloučí se měřením ve dvou polohách dalekohledu

ad 3) Úklonná chyba – vyloučí se měřením ve dvou polohách dalekohledu



Zjišťování osových chyb teodolitu.

# Další konstrukční chyby přístroje

- **excentricita záměrné roviny**

Pokud záměrná rovina neprochází osou V,  
vyloučí se měřením ve 2 polohách

- **excentricita alhidády**

Pokud V neprochází středem vodorovného kruhu,  
vyloučí se měřením ve 2 polohách

- **nestejnorné dělení vodorovného kruhu**

Její vliv se sníží opakovaným měřením vodorovného úhlu vždy  
na jiném místě kruhu (měření ve více skupinách)



# Chyby z nepřesného postavení přístroje a cíle, chyby měřiče

- nesprávná horizontace přístroje
- nesprávná centrace přístroje
- nesprávná centrace cíle
- nepevné postavení přístroje

Tyto chyby nelze vyloučit měřickým postupem.

- chyba v cílení - závisí na vlastnostech dalekohledu, cíle, stavu ovzduší a schopnostech měřiče.
- chyba ve čtení - závisí na velikosti nejmenšího dílku stupnice, odečítací pomůcce, rozlišovacích schopnostech oka.

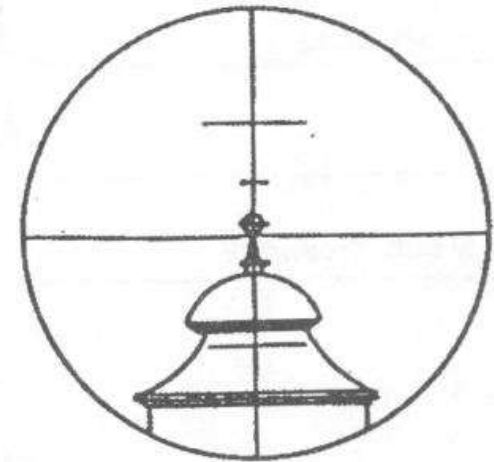
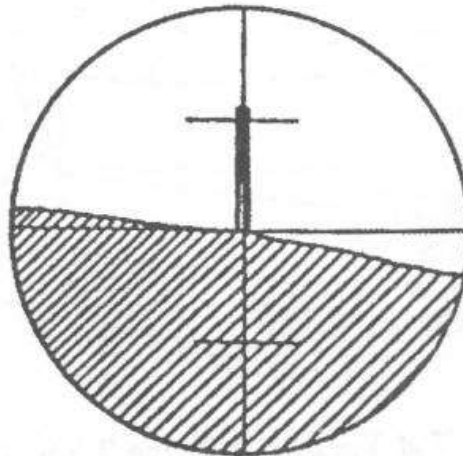
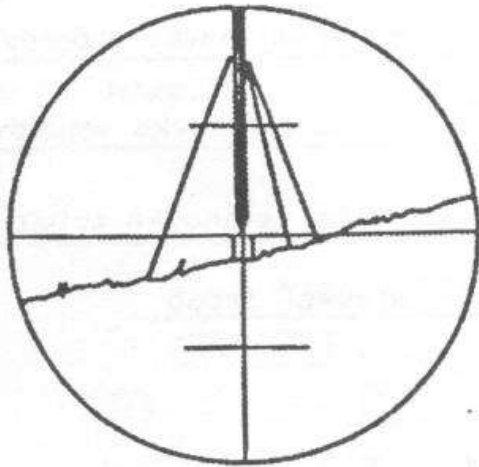
# Měření úhlů

Vodorovný úhel je rozdíl dvou směrů odečtených na vodorovném kruhu při záměře na levý a pravý cíl.

Zenitový úhel se získá zaměřením jednoho směru a odečtením na vertikálním kruhu, druhým směrem je základní směr, tj. směr svislice (vertikální osa horizontovaného přístroje).

# Cílení

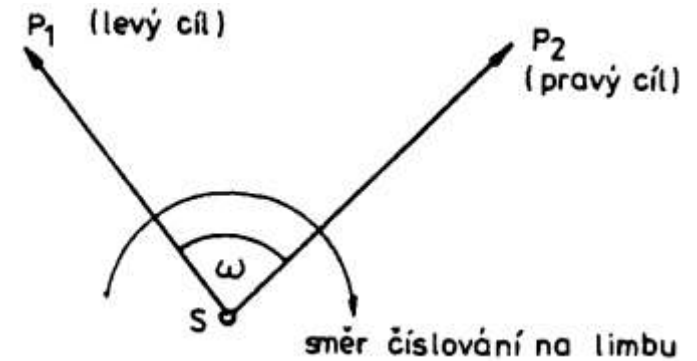
Nastavení ryskového kříže při cílení



# Postup při měření vodorovného úhlu

Měření vodorovného úhlu v 1 skupině

Staniční		Směr na bod č.	Vodorovné směry						
číslo	výška stroje		Poloha	1. skupina		Průměr prostý rodek.	2. skupina		(6) + (8) 2
				(4)	(5)		(7)	(8)	
S		P <sub>1</sub>	I	d <sub>1</sub>		∅1-4			
			II	d <sub>4</sub>					
		P <sub>2</sub>	I	d <sub>2</sub>		∅2-3			
			II	d <sub>3</sub>				ω	
2		1	I	72 18		18 50			
			II	272 19					
		3	I	186 91		91 25			
			II	386 91 50				114 72 75	
6		5	I	0 00		99 00			
			II	199 98					
		7	I	164 27		26 50			
			II	364 26				164 27 50	
10		9	I	341 00 25		59 48			
			II	160 59 12					
		11	I	107 42 06		41 38			
			II	287 41 10				126 41 50	



Postup:

1. poloha dalekohledu

P<sub>1</sub>

P<sub>2</sub>

proložit dalekohled

2. poloha dalekohledu

P<sub>2</sub>

P<sub>1</sub>

# Postup při měření vodorovného úhlu

Měření osnovy vodorovných směrů v 1 skupině (s uzávěrem)

Stanovisko		Směr na bod č.	Poloha	Vodorovné směry								
číslo	výška stroje			1. skupina		Průměr prostý reduk.	2. skupina		Průměr prostý reduk.	(6) + (8) 2		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)		(6)	(7)		(8)	(9)		
5		11	I	0	03	03	50					
			II	200	04	00	00				0	00
		12	I	18	28	28	50					
			II	218	29	25	00				18	25
		13	I	113	76	77	00					
			II	313	78	73	50				113	73
		11	I	0	03	50	03	75				
			II	200	04		00	25				0

# Postup při měření zenitového úhlu

Při měření zenitových úhlů se při sklápění dalekohledu otáčí svislý kruh, ale odečítací značky (indexy) zůstávají pevné a při odečtení by měly být ve vodorovné poloze.

Správnou polohu indexů zajišťuje:

indexová libela – u starších přístrojů

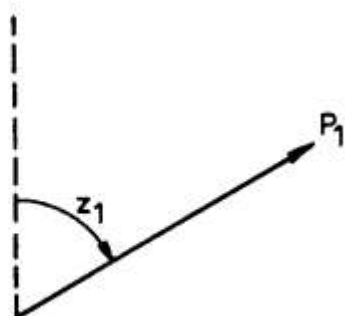
kompenzátor – pracuje automaticky

Při měření zenitových úhlů musí být splněny osově podmínky teodolitu.

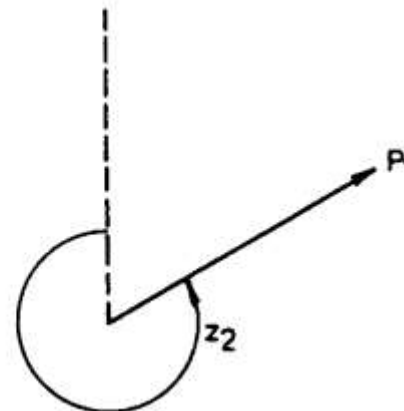
Navíc musí být splněna podmínka, že vodorovné záměře musí na svislém kruhu odpovídat čtení  $100^{\text{g}}$ . Není-li tato podmínka splněna, přístroj má indexovou chybu. Tato chyba se vyloučí měřením v obou polohách dalekohledu a zavedením početní opravy.

# Postup při měření zenitového úhlu

1. poloha



2. poloha



Pokud teodolit nemá indexovou chybu, pak

$$z_1 + z_2 = 400^g$$

Pokud přístroj indexovou chybu má, jsou jí zatížena čtení v obou polohách dalekohledu a platí:

$$z_1 + z_2 = 400^g + 2i$$

$$i = \frac{z_1 + z_2 - 400^g}{2}$$

a správný zenitový úhel je:

$$z = z_1 - i$$

# Postup při měření zenitového úhlu

Bod		Zenitové vzdálenosti z				
Výška cilové značky	Poloha	Zápis			z	
(10)	(11)	(12)			(13)	
p	I	z <sub>1</sub>			z	
	II	z <sub>2</sub>				
	Σ				i =	
9	I	92	40		92	39
	II	307	62			
	Σ	400	02		i = +0,019	
10	I	91	15		91	15 50
	II	308	84			
	Σ	399	99		i = -0,005	



# Měření délek

Definice délky, zákonné měřící jednotky

Měření délek pásmem

Elektrooptické měření délek

Fyzikální a matematické opravy

# Definice délky

Délka je definována jako vzdálenost dvou bodů ve smyslu definované metriky, délka je tedy popsána v jednotkách, tj. v násobcích dohodnutého normálu. Normálem je pro nás 1 metr, což je délka dráhy, kterou urazí světlo ve vakuu za 1/299 792 458 sekundy (1983). Metr je jednotkou SI (Le **S**ystème International d'Unités ).

<b>kilo-</b>	km	$10^3$	<b>hekto-</b>	hm	$10^2$
<b>mili-</b>	mm	$10^{-3}$	<b>deka-</b>	dam	$10^1$
<b>mikro-</b>	$\mu\text{m}$	$10^{-6}$	<b>deci-</b>	dm	$10^{-1}$
<b>nano-</b>	nm	$10^{-9}$	<b>centi-</b>	cm	$10^{-2}$

# Měření délek pásmem

- délka pásem 20 – 50 m, nejmenší dílek 1 mm
- pásma z oceli, invaru (Ni, Fe), umělé hmoty
- měřená trasa musí být v celé délce přístupná
- měří se délka vodorovná (zajišťuje se pomocí olovnice)
- měřená vzdálenost se rozdělí na úseky kratší než délka pásma, aby body takto vytvořené ležely v přímce, výsledná vzdálenost je pak součtem jednotlivých délek („kladů“ pásma)
- měření se provádí **vždy 2x**, v rovinném terénu tam a zpět, ve svažitém terénu ve směru sklonu s odsazením (**po svahu**)
- rozdíl dvou měření se posuzuje příslušným mezním rozdílem  $\Delta_M$ , který je dle metodického návodu pro tvorbu Základní mapy ČSSR:

$$\Delta_M = 0,012 \cdot \sqrt{s}$$

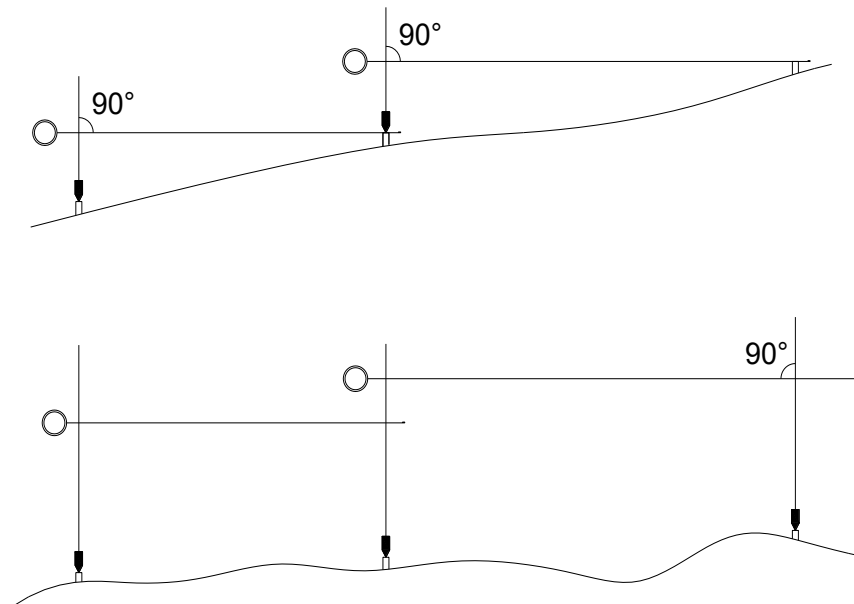
- **Přesnost délek měřených pásmem je přibližně 3 cm na 100 m**



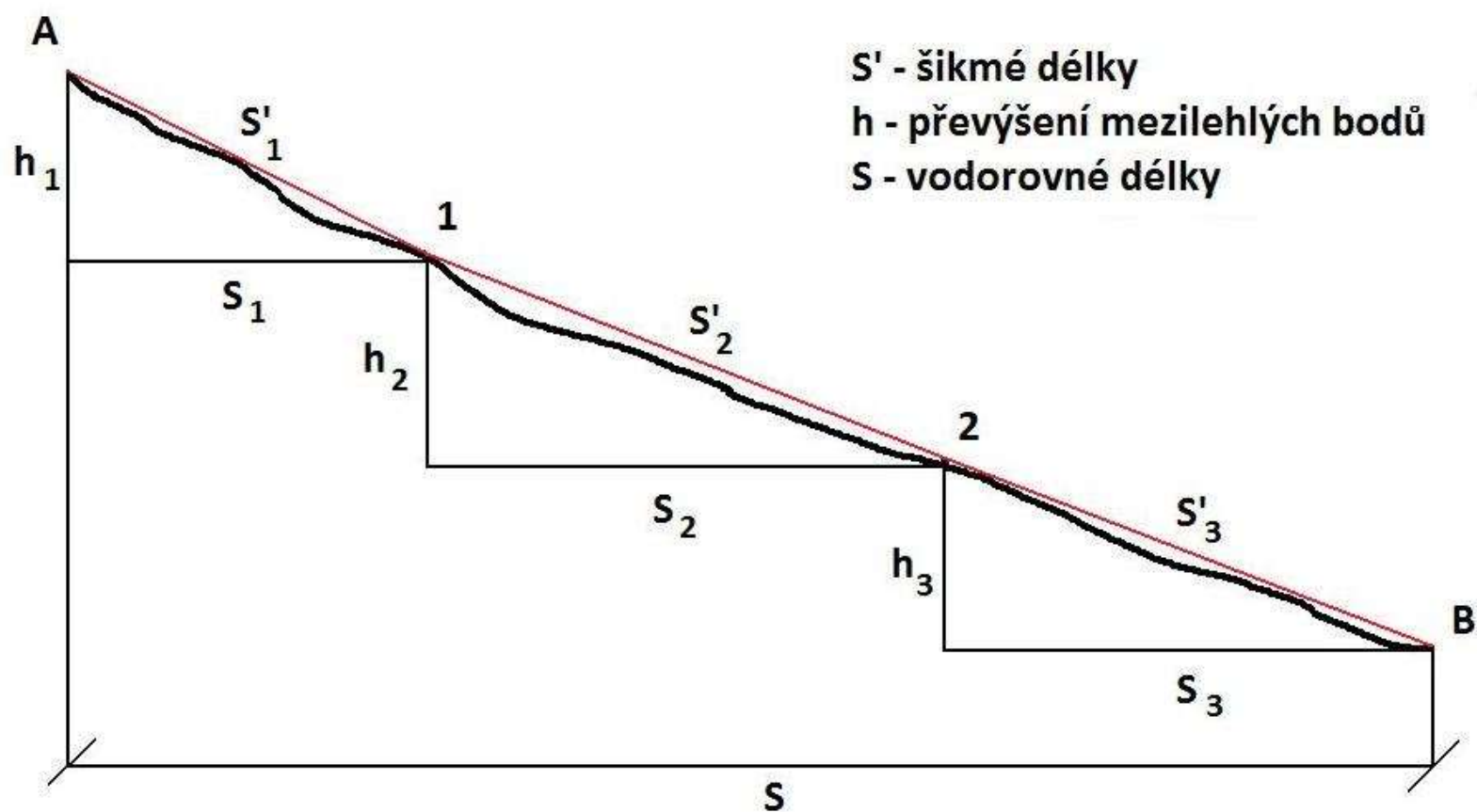
# Měření délek pásmem

Postup měření :

1. Měřená vzdálenost se rozdělí na úseky kratší než je délka pásma a ty se stabilizují měřickými jehlami tak, aby body ležely v přímce.
2. Změří se vytvořené úseky.
3. Výsledná délka je součtem jednotlivých úseků.



V případě, že sklon terénu je velký (krátké úseky), je vhodné měřit délku šikmou a k tomu převýšení (nebo teodolitem zenitový úhel) a vodorovnou délku dopočítat.



# Chyby při měření délek pásmem

- **ze skutečné délky:** není znám skutečný rozměr pásma, je třeba mít pásmo kalibrované,
- **z teplotní roztažnosti:** se změnou teploty se mění délka pásma, u přesných měření je třeba zavádět opravu:

$$\Delta d_t = (t - t_0) \cdot \alpha \cdot d$$

kde  $d$  - měřená délka,

$\alpha$  - součinitel teplotní délkové roztažnosti,

$t$  - teplota měřidla,  $t_0$  - teplota při kalibraci

- **z vybočení ze směru:** přesnost zařazení mezilehlých pomocných bodů do přímky,
- **z nesprávného napnutí:** podle pásma silou 50 N až 100 N,
- **z nevodornosti,**
- **z průhybu:** i při použití správné síly u delších pásem dojde k prověšení a je třeba zavést početní opravu,
- **z přiřazení:** chybné čtení hodnoty.



KALIBRAČNÍ LABORATOŘ č. 2292

AUTORIZOVANÉHO METROLOGICKÉHO STŘEDISKA  
VÝZKUMNÝ ÚSTAV GEODETICKÝ, TOPOGRAFICKÝ A KARTOGRAFICKÝ  
250 66 ZDIBY 98

## KALIBRAČNÍ LIST č.: 18 393/2002

Datum vystavení: 1. 10. 2002

List 1 ze 2 listů

**Zadavatel:** ČVUT v Praze, Fakulta stavební, katedra speciální geodézie  
**Datum přijetí měřidla:** 26. 9. 2002  
**Měřidlo:** Pracovní měřidlo nestanovené, 30 m ocelové pásmo PAR, žluté, s mm dělením, v pouzdře, s nulou v průběhu pásma  
**Inventurní číslo:** 4780907  
**Použitý etalon:** Helio – neonový laser 633 nm, Laser Head, Model 5519A, Ser.No. 3627A00792, kalibrační list č. 818-KL-1190/00  
**Napínací síla:** 50,0 N  
**Předpisy:** Kalibrace byla provedena dle následujících předpisů:  
Pracovním postupem dle ČSN ISO 8522-2/1994 – Geometrická přesnost ve výstavbě - Určování přesnosti měřicích přístrojů - část 2: Měřická pásma, dle ČSN 251105 – Měřická pásma. Kalibračním postupem KP - č. 1: Měřická pásma.  
B - ocelová, umělohmotná a tkaninová pásma.  
EA-4/02 Metodika vyjadřování nejistot měření při kalibracích.  
**Podmínky pro kalibraci:** laboratorní, teplota 20,0° C ± 0,3°C, tlak 973,3 hPa

Kalibrační list č. 18 393/2002

list 2 ze 2 listů

### Výsledky měření

Nominální hodnota (m)	Odhylka (mm)	Nominální hodnota (m)	Odhylka (mm)
0	0,0	16	-0,7
1	+0,3	17	-0,6
2	+0,4	18	-0,9
3	+0,1	19	-0,8
4	+0,4	20	-0,8
5	-0,1	21	-0,9
6	-0,1	22	-0,9
7	-0,1	23	-0,9
8	-0,3	24	-1,0
9	-0,2	25	-1,0
10	-0,2	26	-0,9
11	-0,4	27	-0,6
12	-0,3	28	-0,7
13	-0,4	29	-0,6
14	-0,6	30	-0,7
15	-0,5		

**Poznámka:** znaménko + (-) znamená, že pásmo je delší (kratší) nominální délky.

Rozšířená nejistota měření při  $K = 2$  je  $U \leq \pm [0,3 + 0,007 \cdot L(m)]$  mm.

Údaj platí pro koeficient rozšíření  $K = 2$ , tj. pravděpodobnost  $P = 95\%$ .  
Rozšířená nejistota byla stanovena v souladu s dokumentem EA-4/02.

Pásmo vyhovuje ustanovení ČSN 251105 pro přesnost měřicích pássem.

Ve Zdlbech dne 27. 9. 2002 kalibraci provedla: D. Latová



Ing. J. Lechner, CSc.  
vedoucí KL

Kalibrační list může být rozšiřován v celkovém počtu stran beze změn. Změny a doplňky mohou být provedeny pouze laboratoří, která dokument vystavila.

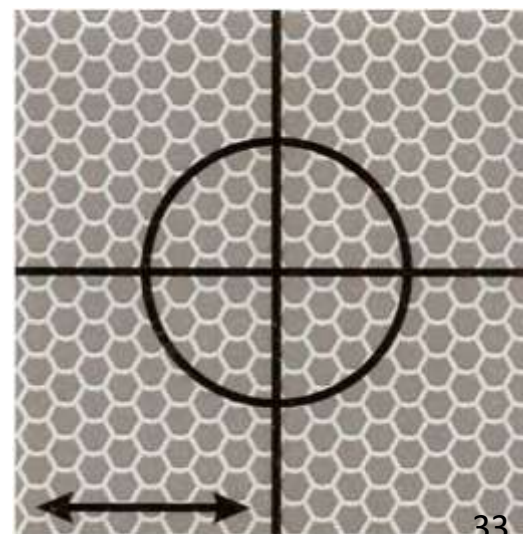
# Elektrooptické měření délek

- Při elektrooptickém měření délek se jako prostředek měření využívá elektromagnetické záření (EMZ).
- Na jednom konci měřené délky je vysílač EMZ, na druhém odražeč (vrací signál zpět).
- Odražeč:
  - Koutový hranol
  - Libovolný difúzní povrch
- Princip určení vzdálenosti:
  - Vyhodnocení fáze nebo frekvence modulovaného EMZ
  - Měření tranzitního času EMZ
- Dálkoměr měří šikmou délku – délku přímé spojnice dálkoměr – hranol (cíl).



# Koutový hranol, odrazná fólie

- EMZ z něj vychází pod tím samým úhlem, pod kterým do něj dopadlo.
- Každý typ hranolu má svou součtovou konstantu, tj. systematický rozdíl mezi délkou měřenou a skutečnou. To je zapříčiněno různým vztažným bodem.
- Odrazná fólie má ty samé vlastnosti, její součtová konstanta je 0.



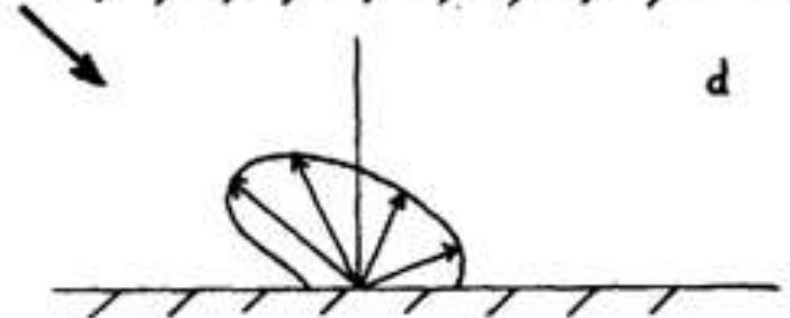
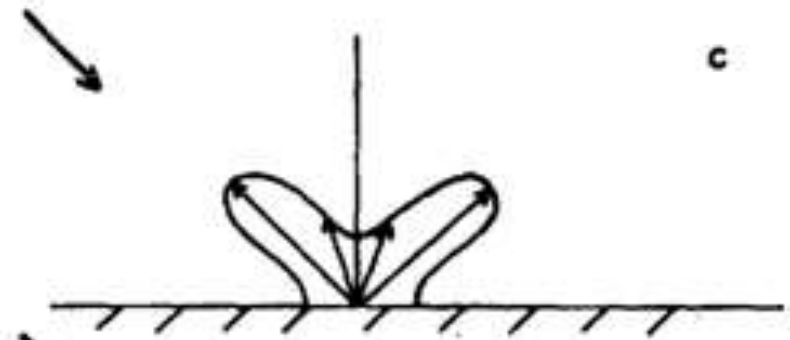
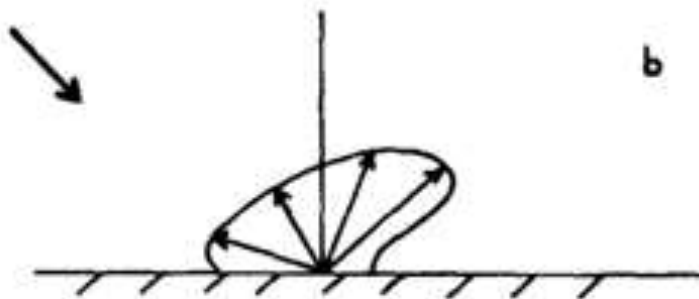
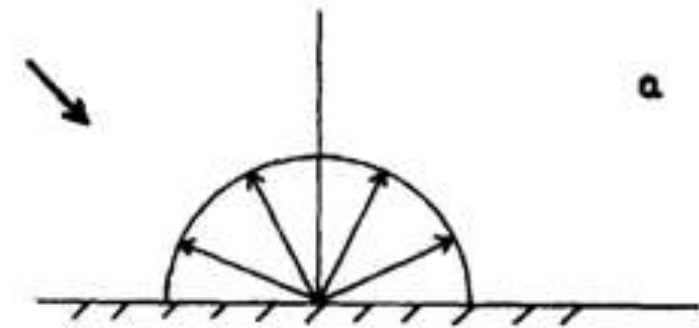
# Různé typy povrchů dle odrazivosti

a) difúzní

b) zrcadlové

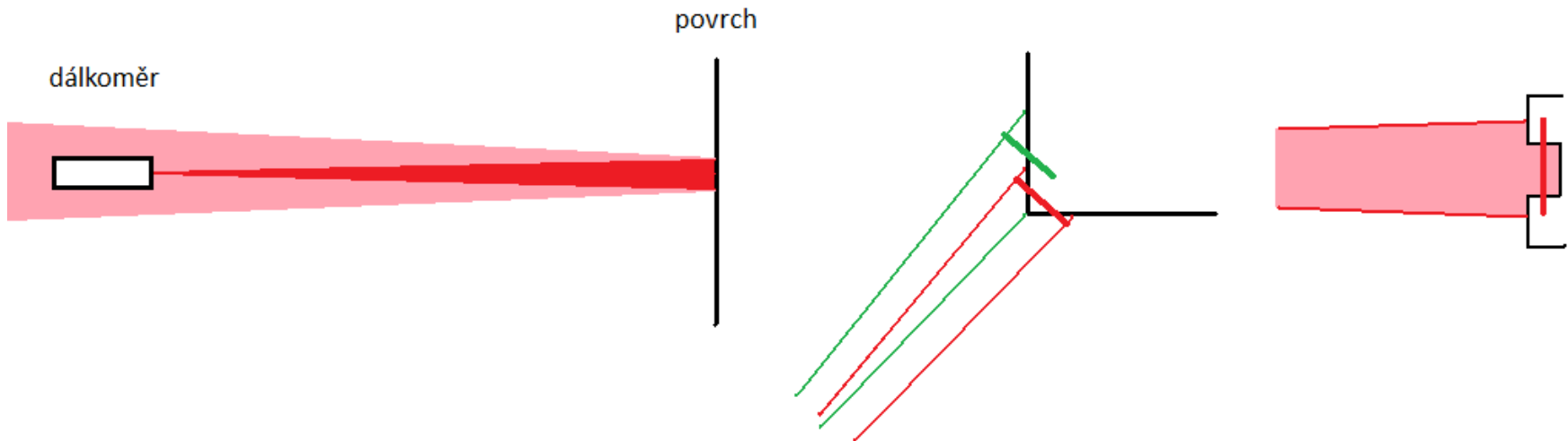
c) kombinované

d) rýhované



# Divergence dálkoměrného signálu

- Dálkoměrný signál nemá v celé své dráze konstantní šířku, ale rozbíhá se – diverguje
- S touto vlastností je třeba počítat, obzvlášť při měření bez hranolu



# Elektrooptické měření délek, přesnost

- Dálkoměr může být nasazovací (starší konstrukce, nutno počítat s odsazením) nebo zabudovaný, souosý se záměrnou přímkou (totální stanice).
- Souosost se záměrnou přímkou – důležitý předpoklad, ověřit
- Přesnost je u elektrooptických dálkoměrů udávána ve tvaru:

$$X + Yppm \cdot D$$

kde  $X$  je konstantní součást směrodatné odchylky,

$Y$  je proměnná součást sm. odchylky, závislá na velikosti měřené délky  $D$ .

Např.  $\sigma = 3 \text{ mm} + 2 \text{ ppm} \cdot D$   $D$  je v km

Pro vzdálenost 2 km je  $\sigma$  7 mm (3+2\*2).

# Ruční dálkoměry



# Korekce a redukce měřených délek

**Fyzikální korekce** – u elektronicky měřených délek.

- Vlnová délka elektromagnetického záření závisí na prostředí, kterým záření prochází, tj. na atmosférické teplotě a tlaku.
- Hodnota fyzikální korekce se zadává do dálkoměru (vypočte se ze vzorců, které výrobce uvádí v manuálu), případně přístroj po zadání teploty a tlaku opravu do měřených délek sám zavede.
- Opomenutí zavedení či špatné zavedení fyzikálních korekcí zanáší do měření systematickou chybu v měřítku.

**Matematické redukce** – pro souřadnicové výpočty

- redukce měřené délky do nulového horizontu (redukce z nadmořské výšky).
- Redukce délky v nulovém horizontu do zobrazení.

# Matematické redukce – z nadmořské výšky

Přímo měřené délky (po fyzikální redukci) je nutno redukovat do tzv. nulového horizontu.

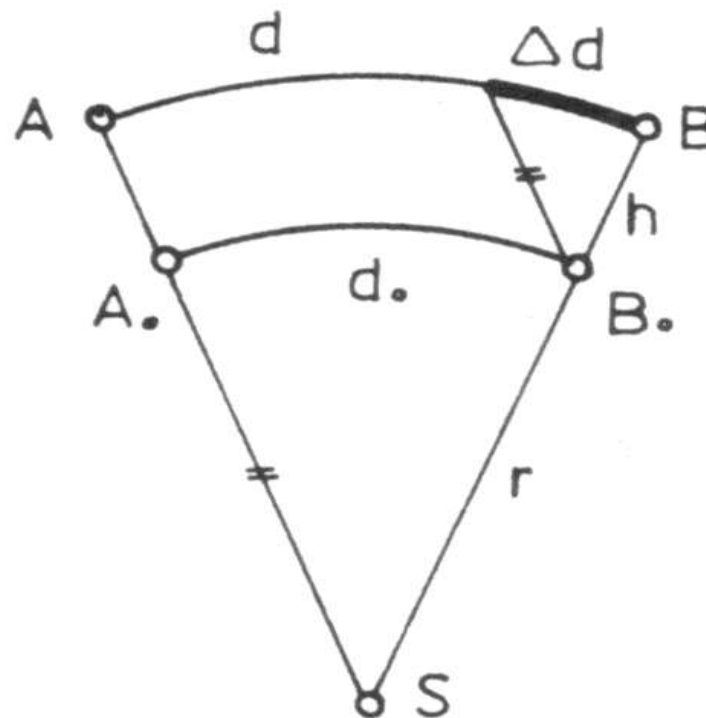
$$d_0 = d - \Delta d,$$

$$\frac{\Delta d}{h} = \frac{d}{r + h},$$

$$\Delta d = d \frac{h}{r + h}.$$

$r$  ... poloměr referenční koule (6380 km)

$h$  ... nadmořská výška

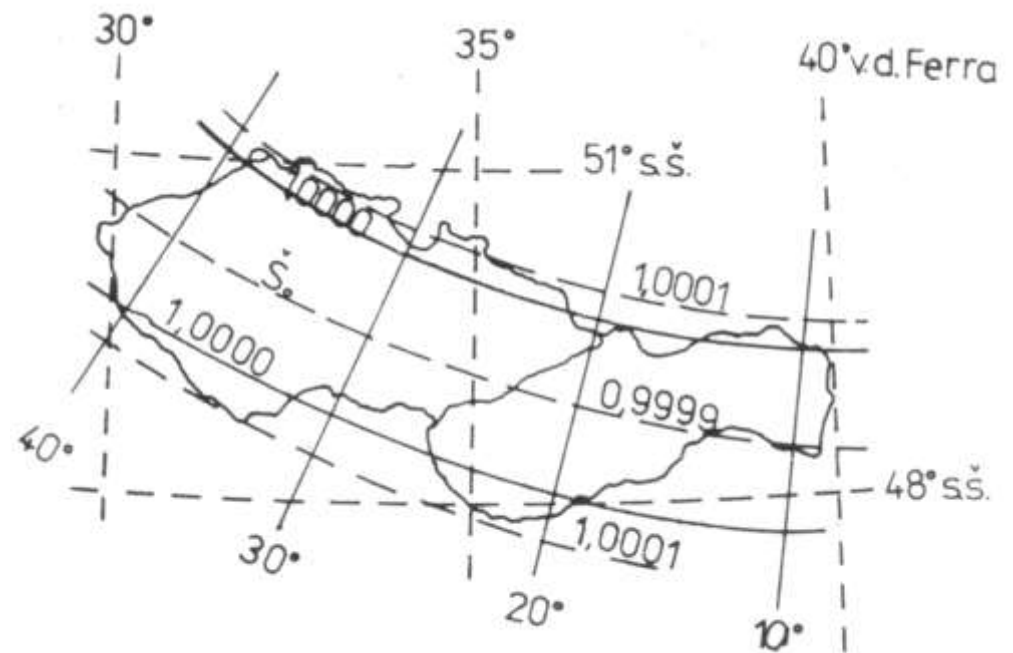


# Redukce délky do zobrazení S-JTSK

$$s = d_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot (m_A + m_B)$$

Pro kratší délky

$$s = d_0 \cdot m_A$$



Hodnotu délkového zkreslení  $m$  lze získat výpočtem z rovnic nebo odečíst z mapy izočar kartografického zkreslení.