

## URČENÍ SOUŘADNIC A VÝŠKY BODU

(číslo bodu *I*, místopisný popis: střecha FSv, budova B)

Poslední úprava: 14.9.2023 16:09

### 1a) Určení souřadnic

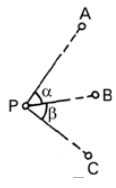
Z excentrického postavení teodolitu (označení stanoviška *E*) se změní: a) vodorovné směry ve třech skupinách vteřinovým teodolitem na okolní dané trvale signalizované body České Státní Trigonometrické Sítě (ČSTS) – viz obr. 2. Měření na počáteční směr (zvolí se vhodný bod mimo dané body) se na konci osnovy opakuje - odchylka v uzávěru skupiny nesmí být větší jak 2,0 mgon, b) svislé (zenitové) úhly ve dvou skupinách (**postupně** na body 19, 42, 62). Měřický postup ve skupině je  $o_1, o_1, o_2, o_2$  (opakované, zdvojené cílení a čtení nejprve v první a pak ve druhé poloze dalekohledu). Záznam výsledků měření se provádí ručním zápisem do příslušných měřických zápisníků.

K určení souřadnic a výšky bodu č. *I* je potřeba změřit také centrační prvky: směr  $e$  a zenitový úhel  $z_0$  na centrum ve dvou polohách dalekohledu, šikmou délku excentricity  $e$ , na mm (pro kontrolu změřit i vodorovnou délku  $e$  excentricity).

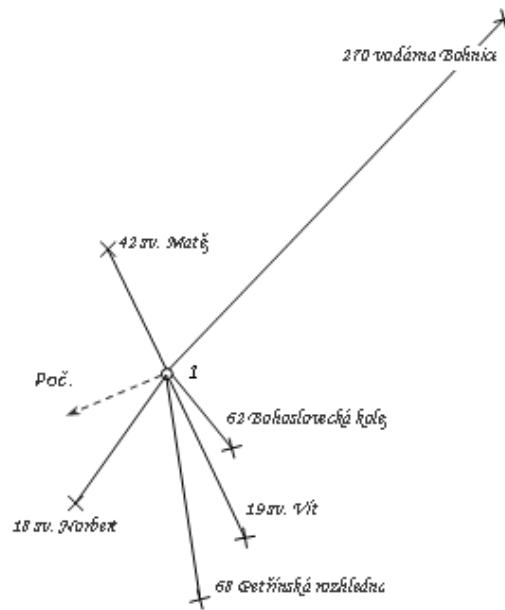
Přístroje a pomůcky: vteřinový elektronický teodolit TOPCON DT-200, dřevěný stativ, měřické pásmo.

Výpočet: Protínáním zpět se vypočtou dvakrát souřadnice stanoviška *E* a jejich průměr. Vhodné kombinace:

Protínání zpět

			
		Y <sub>A</sub>	X <sub>A</sub>
		Y <sub>B</sub>	X <sub>B</sub>
		Y <sub>C</sub>	X <sub>C</sub>
P	A, B, C		
(1)		(2)	(3)
A	42	745 528,16	1 039 747,32
B	62	744 353,25	1 041 630,01
C	18	745 838,34	1 042 134,49
<b>P</b>	<b>E</b>		
A	270	741 802,56	1 037 588,47
B	19	744 233,46	1 042 459,18
C	18	745 838,34	1 042 134,49
<b>P</b>	<b>E</b>		
Pouze, není-li měřeno na bod č. 270!!!			
A	42	745 528,16	1 039 747,32
B	19	744 233,46	1 042 459,18
C	18	745 838,34	1 042 134,49
<b>P</b>	<b>E</b>		





Obr. 2 Trvale signalizované body

### 1b) Určení nadmořské výšky

1. Výpočet z jednostranně měřených zenitových úhlů na trvale signalizované trigonometrické body 19, 42, 62 (68). Postup výpočtu nadmořské výšky je uveden v poznámce 4.

2. Z vhodně zvoleného stanoviště v okolí zadaného nivelačního bodu (1858, 34 - nivelační údaje jsou v úloze U\_5\_6) se změří zenitový úhel  $z$  ve dvou skupinách a šikmá délka  $d_s$  na určovaný bod. K správnému určení nadmořské výšky je potřeba ještě změřit: výšku středu točné osy dalekohledu totální stanice  $h_i$  nad nivelačním bodem (určí se měřením při vodorovné poloze dalekohledu na délkové stupnici) a výšku odrazného hranolu  $h_r$  nad určovým bodem.

Výška určovaného bodu je (výsledná výška je průměr)

$$H = H_A + d_s \cos(z + \rho - \varphi/2) + (h_i - h_r) = H_A + d_s \cos(z - (1-k)\varphi/2) + (h_i - h_r),$$

kde

středový úhel tížnic v gonech  $\varphi = 0,00998d_s [\text{km}] \sin z$ , refrakční úhel  $= k/2$  záměry zenitového úhlu (pro tento případ se položí  $\rho = 0$ , pak také refrakční koeficient  $k = 0$ )

$H_A$  je nadmořská výška nivelačního bodu.

1. POZNÁMKA. **Jednostranně** zaměřený trigonometrický výškový rozdíl  $h$  mezi body 1, 2 se vypočte sinovou větou z trojúhelníku 1, 2, 2' (obr. 3)

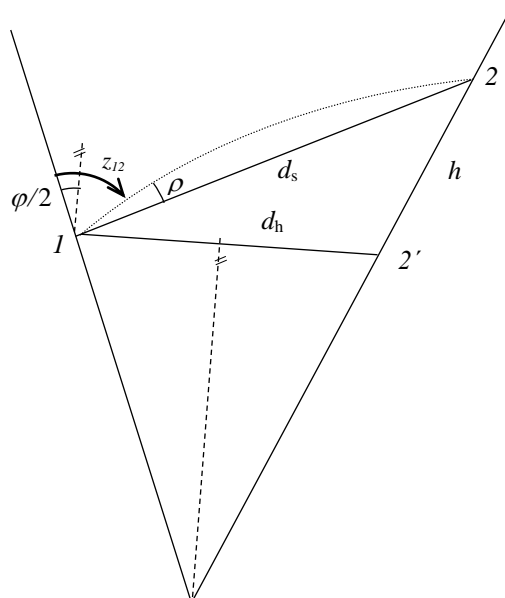
Vrchol	Úhel (gon)
1	$100 - (z_{12} + \rho - \varphi/2)$
2	$z_{12} + \rho - \varphi$
2'	$100 + \varphi/2$

$$h = d_s \frac{\cos(z + \rho - \varphi/2)}{\cos \varphi/2} \approx d_s \cos(z + \rho - \varphi/2), \quad z = z_{12}$$

1.  $h = d_s \cos(z + \rho - \varphi/2) = d_s \cos(z - (1-k)\varphi/2)$ , zavedena oprava zenitového úhlu z refrakce a zakřivení Země

2.  $\rho = 0$  (bez refrakce):  $h = d_s \cos(z - \varphi/2)$

3.  $\rho = 0, \varphi = 0$  (bez refrakce a zakřivení Země, řeší se pravoúhlý trojúhelník):  $h = d_s \cos z$ .



Obr. 3 Výškový rozdíl

Pomocí vztahu 1 lze určit změnu  $dh$  trigonometrického výškového rozdílu způsobenou použitím známé hodnoty refrakčního koeficientu 0,13, protože v době měření platí obecně jiná hodnota koeficientu. Redukovaná hodnota  $dk = k - 0,13$ ;  $k$  je skutečná hodnota refrakčního koeficientu, hodnota refrakčního koeficientu 0,13 (zaokrouhleno) je od Gausse, německého matematika a fyzika, který se zabýval rovněž geodézií a astronomií. Pro vodorovnou vzdálenost  $d_h = d_s \sin z$  a  $\frac{\varphi}{2} \approx \frac{d_h}{2R}$  je

$$dh = \left. \frac{\partial h}{\partial k} \right|_{\substack{k=0 \\ \varphi=0}} dk = -d_s \frac{\varphi}{2} \sin z = -\frac{d_h^2}{2R} dk.$$

V tabulce jsou uvedeny výsledky v milimetrech ( $d_h = 1$  km,  $R = 6\,381$  km).

$dk$	0,05	0,10	0,20	0,30
$dh$	-3,9	-7,8	-15,7	-23,5

2. POZNÁMKA. Přesnost výškového rozdílu se určí pomocí zákona hromadění směrodatných odchylek (stačí uvažovat pouze  $h = d_s \cos z$ ). Čtverec výsledné směrodatné odchylky je (podrobně viz U 2, str. 3)

$$\sigma_h^2 = \sigma_d^2 \cos^2 z + d_s^2 \sin^2 z \sigma_v^2,$$

$\sigma_d$  a  $\sigma_v$  jsou směrodatné odchylky měřené šikmé délky a zenitového úhlu.

První člen vyjadřuje vliv měřené šikmé délky, druhý vliv zenitového úhlu, který je na výslednou přesnost pro náš případ rozhodující. Výška určovaného bodu  $I$  se určí dvakrát pomocí nivelačních bodů 1858 (bod PNS-Praha) a 34 (bod III. řádu ČSNS). Měření v okolí bodů 1858 a 34 (zaokrouhlo) je po řadě  $d_s = 250$  m,  $z = 91$  gon,  $d_s = 160$  m,  $z = 86$  gon, směrodatné odchylky jsou  $\sigma_d = 2$  mm,  $\sigma_v = 1,0$  mgon (pracovní jednotky jsou metry, radiány)

$$\begin{aligned} \otimes 1858: \sigma_h &= \sqrt{0,002^2 \cdot (0,140901)^2 + 250^2 \cdot (0,990024)^2 \cdot (0,0010 \frac{\pi}{200})^2} = \\ &= \sqrt{\underbrace{7,9 \cdot 10^{-8}}_{\text{vliv délky}} + \underbrace{1,51 \cdot 10^{-5}}_{\text{vliv úhlu}}} = 0,004 \text{ m}, \\ \otimes 34: \sigma_h &= \sqrt{0,002^2 \cdot (0,218143)^2 + 160^2 \cdot (0,975917)^2 \cdot (0,0010 \frac{\pi}{200})^2} = \\ &= \sqrt{\underbrace{1,9 \cdot 10^{-7}}_{\text{vliv délky}} + \underbrace{6,02 \cdot 10^{-6}}_{\text{vliv úhlu}}} = 0,0025 \text{ m}. \end{aligned}$$

K uvedeným hodnotám je potřeba ještě připojit přesnost měření na milimetrovém měřítku (1 mm) a přesnost určení výšky odrazného hranolu (2 mm), vše se musí kvadraticky sečíst.

**Rozdíl dvojího určení výšky určovaného bodu (z niv. bodů 1858, 34) nesmí překročit hodnotu 10 mm.**

PŘÍKLAD. Šikmá délka je 400 m, zenitový úhel je 98 gon, středový úhel tížnic  $\varphi = 0,0040$  gon, nechť je zadán refrakční koeficient  $k = 0,18$ , z toho refrakční úhel  $= k/2 = 0,00036$  gon. Trigonometrický výškový rozdíl vypočtený podle výše uvedených vztahů:

$$1. h = +12,575 \text{ m} \quad 2. h = +12,577 \text{ m} \quad 3. h = +12,564 \text{ m}.$$

OBSAH ÚLOHY: technická zpráva (obsahuje popis prací v terénu a kancelářských prací, použité přístroje, zhodnocení výsledků, datum a podpis!), 1a) vypočtený a adjustovaný Zápisník měřených

vodorovných směrů (viz 3. poznámka, včetně grafu oprav redukovaných směrů), 1b) vypočtený a adjustovaný Zápisník měřených výškových úhlů a Zápisník vodorovných směrů, zenitových úhlů a délek. V nezbytné míře uvést obecný postup a vzorce. Výpočet protínání zpět může být v Gromě, výpočet centračních změn směrů, rajónu a výšky krok za krokem v přehledných tabulkách ručně (kalkulačka, Matlab). Vypočtené souřadnice a výška se zaokrouhlují na 3 desetinná místa.

3. POZNÁMKA: Z oprav redukovaných směrů se vypočte empirická hodnota směrodatné odchylky  $\sigma_{Hz}$  měřeného směru v obou polohách dalekohledu

$$\sigma_{Hz}^2 = \frac{\sum_{j=1}^s \left( \sum_{i=2}^k v_{ij}^2 - \frac{1}{k} \left( \sum_{i=2}^k v_{ij} \right)^2 \right)}{(s-1)(k-1)},$$

kde  $v_{ij}$  jsou opravy redukovaných směrů (rozdíl výsledného redukovaného směru a redukovaného směru v příslušné skupině,  $s$  je počet skupin,  $k$  je počet měřených směrů včetně výchozího směru (z  $k$  směrů dostaneme v každé úplné skupině  $k - 1$  redukovaných směrů).

PŘÍKLAD:

Zápisník měřených vodorovných směrů

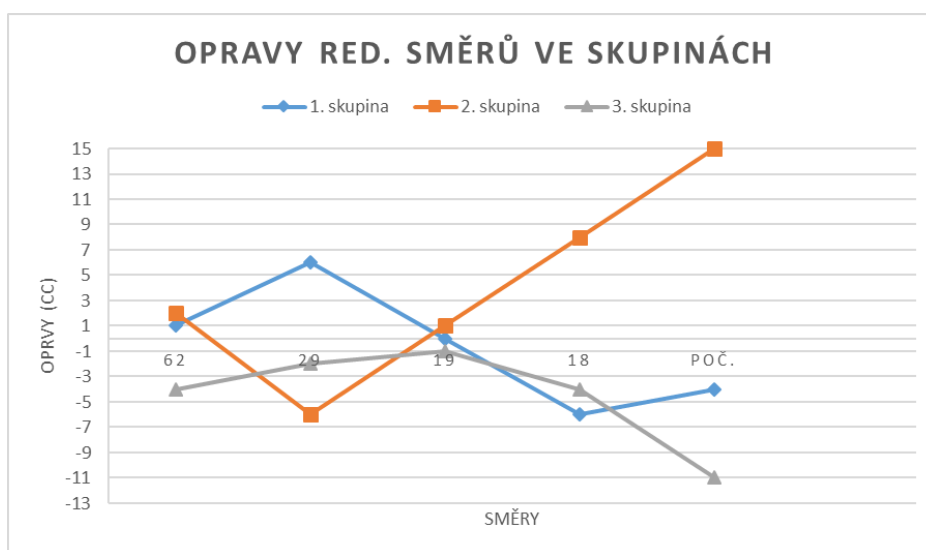
Nomenklatura: 1425 Číslo a název bodu			Stanovisko: centrické Cíl: centrický Měřil: J. K. dne 26.6.19						Teodolit: Theo 010B Č. 103114 postaven na stativu úhlová míra gon Stav povětrnosti: oblačno, mírný vítr														
Směrná	Poloha	1 skupina			Průměr skupiny Redukce			2 skupina			Průměr skupiny Redukce			3 skupina			Průměr skupiny Redukce		Centrační změny cíl stanovisko	průměr ze 3 skupin Centrováný směr			$s_{\psi}$
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)												
Poč.	I	0	00	32	00	06	66	63	84	63	56	133	86	53	86	55				0	0	0	
	II	199	99	79	00	00	266	63	28	00	00	333	86	56	00	00							
62	I	12	93	92	93	63	79	57	22	57	12	146	80	09	80	17				12	93	58	1,92
	II	212	93	34	93	57	279	57	01	93	56	346	80	24	93	62							
29	I	14	10	98	10	79	80	74	36	74	41	147	97	37	97	36				14	10	79	3,37
	II	214	10	60	10	73	280	74	46	10	85	347	97	34	10	81							
19	I	30	61	60	61	37	97	24	90	24	86	164	48	01	47	87				30	61	31	0,73
	II	230	61	14	61	31	297	24	82	61	30	364	47	73	61	32							
18	I	99	05	12	04	98	165	68	48	68	34	232	91	55	91	45				99	04	86	4,64
	II	299	04	84	04	92	365	68	19	04	78	32	91	34	04	90							
Poč.	I	0	00	16	00	17	66	63	32	63	48	133	86	72	86	73				0	0	7	7,93
	II	200	00	18	0	11	266	63	64	99	92	333	86	74	0	18							
	I																						
	II																						

počet skupin  $s = 3$   
 počet směrů  $k = 6$   
 směrodatná odchylka měř. sm.  $\sigma_0 = 6,60$  <sup>cc</sup>  
 kvadratický průměr řádkových sm. odchylek  $\sigma_{\psi i} = 4,47$  <sup>cc</sup>

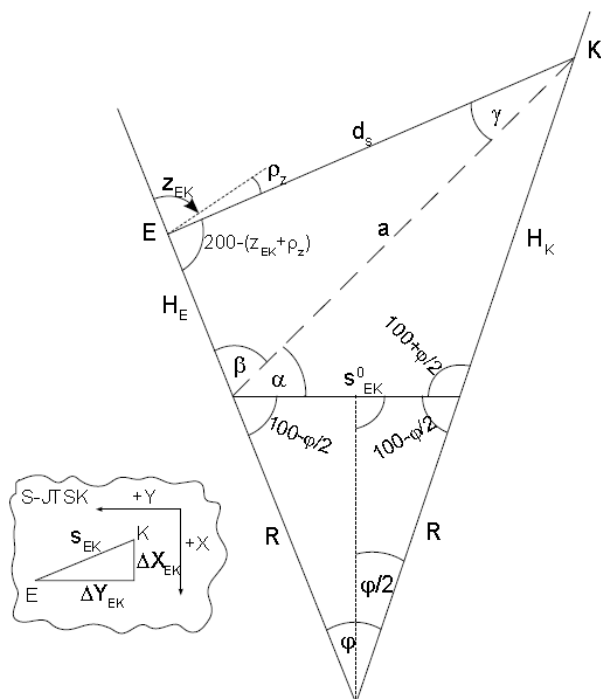
Sloupec čísel vpravo jsou řádkové směrodatné odchylky jednotlivých směrů, jako výsledek se určí jejich kvadratický průměr. Doplňková výpočetní tabulka

		$v_{i1}$	$v_{i2}$	$v_{i3}$		
		(cc)	(cc)	(cc)		
1	Poč.					
2	62	+1	+2	-4		
3	29	+6	-6	-2		
4	19	0	+1	-1		
5	18	-6	+8	-4		
6 (k)	Poč.	-4	+15	-11		
	Součet:	-3	+20	-22		
	$\sum v v - (\sum v)^2 / k$	87,50	263,33	77,33		

$$\sigma_{Hz} = \sqrt{\frac{87,50+263,33+77,33}{(s-1)(k-1)}} = \sqrt{\frac{428,16}{10}} = 0,65 \text{ mgon}, s = 3, k = 6.$$



4. POZNÁMKA. Měření a výpočet probíhá na excentrickém stanovišti *E* (obr. 4). Postupně jsou pečlivě měřeny zenitové úhly (záměra prochází vysoko nad terénem) na trvale signalizované body (*K*), které mají dané nadmořské výšky a souřadnice, dále se měří šikmá délka excentricity a zenitový úhel na určovaný bod (centrum). Z měřeného zenitového úhlu, známé nadmořské výšky daných bodů a souřadnic (*E*, *K*) se vypočte nadmořská výška středu přístroje (z každého zaměřeného bodu). Z výsledné výšky bodu *E* se snadno získá výška určovaného bodu. Při tomto postupu odpadá přímé měření výšky přístroje nad určovaným bodem.



Obr. 4 Určení nadmořské výšky

Pro výpočet nadmořské výšky je nutná znalost: 1. souřadnic excentrického stanoviště ( $E$ ), 2. souřadnic a nadmořských výšek trvale signalizovaných bodů, 3. jednostranně měřených zenitových úhlů. Délky mezi excentrickým stanovištěm a výškově a polohově danými body nejsou měřeny, ale vypočteny ze souřadnic. Délka spojnice  $EK$  (z roviny na nulovou hladinu)

$$s_{EK}^0 = \frac{s_{EK}}{m} = \frac{\sqrt{\Delta Y_{EK}^2 + \Delta X_{EK}^2}}{\frac{1}{2}(m_E + m_K)},$$

$m$  je měřítko Křovákovy zobrazení, které se počítá k bodům na

koncích spojnice (výsledná hodnota je průměr,  $m$  se vypočte pomocí systému Groma).

Dále je

$$a = \sqrt{s_{EK}^0{}^2 + H_K^2 + 2 H_K s_{EK}^0 \sin \frac{\varphi}{2}}, \quad \sin \frac{\varphi}{2} = \frac{s_{EK}^0}{2R}$$

(je středový úhel tížnic) a po úpravě je

$$a = \sqrt{s_{EK}^0{}^2 (1 + H_K / R) + H_K^2}.$$

Pro úhel platí

$$\sin \alpha = \frac{H_K}{a} \cos \frac{\varphi}{2},$$

(v gonech je  $\varphi = \frac{200 s_{EK}^0}{\pi R} = 0,009977 \cdot s_{EK}^0$  [km],  $R = 6\,381$  km).



Úhel se určí snadno, z obrázku je

$$\beta = 100 - (\alpha - \varphi / 2).$$

Šikmá délka mezi excentrickým stanoviskem (střed přístroje) a známým bodem (makovice věže kostela) je

$$d_s = a \frac{\cos(\alpha - \varphi / 2)}{\sin(z_{EK} + k \varphi / 2)},$$

(pro refrakční úhel  $a$  a refrakční koeficient  $k$  platí vztah  $k = 2\rho / \varphi$ ).

Výškový rozdíl určený z jednostranně měřených zenitových úhlů (výsledky v tabulce pro dvě různá  $k = 0$  (0,13) a v závěru uvést, který z výsledků je bližší řešení b)

$$\Delta H_{EK} = d_s \frac{\cos(z_{EK} - \varphi (1 - k) / 2)}{\cos(\varphi / 2)}.$$

Nadmořská výška horizontu přístroje je  $H_E = H_K - \Delta H_{EK}$ . Je-li nadmořská výška horizontu přístroje určena z více bodů je výsledkem průměr.

Nakonec nadmořská výška určovaného bodu (centrum) je  $H = H_E + h_i$ , kde výška  $h_i$  středu přístroje nad určovaným bodem je  $h_i = e_s \cos z_0$ . Vypočtená nadmořská výška (určená pro  $k = 0$  a nominální hodnotu 0,13) se porovná s průměrnou výškou určenou z nivelačních bodů.

Ukázka výpočtu měřítka zobrazení  $m$  v geodetickém systému Groma (zde označeno jako oprava z kartografického zkreslení).

Příklad (jednotky metry/gony,  $k = 0$ ):

Číslo bodu	Y	X	H	Zenitový úhel	m
E	744976,428	1040923,181			0,99990400
19	744233,460	1042459,180	348,41	96,6827	0,99990364

Číslo bodu	$s_0$	a	$\alpha$	$\beta$	$d_s$	$\Delta H_{EK}$	$H_E$	$\varphi/2$
19	1706,4157	1741,6667	12,82170	87,18681	1708,8283	89,2316	259,1784	0,00851

Určovaný bod				
Číslo bodu	$e_s$	$z_0$	h	Výška bodu
1	4,436	122,6592	-1,5458	257,633

### Protínání zpět (Cassiniho řešení)

Vzorce:

$$y_T - y_B = -(y_B - y_A) + (x_B - x_A) \cotg \omega_1$$

$$x_T - x_B = -(x_B - x_A) - (y_B - y_A) \cotg \omega_1$$

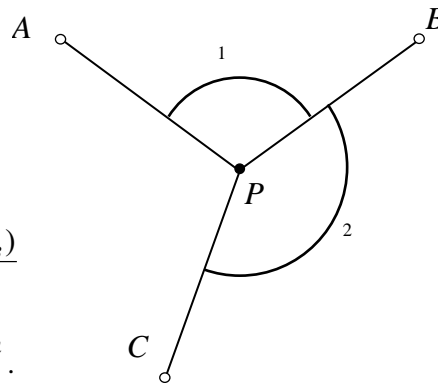
$$y_U - y_B = (y_C - y_B) + (x_C - x_B) \cotg \omega_2$$

$$x_U - x_B = (x_C - x_B) - (y_C - y_B) \cotg \omega_2$$

$$k = \frac{(x_T - x_B) - (x_U - x_B)}{(y_U - y_B) - (y_T - y_B)}, \quad m = \frac{(y_T - y_B)k + (x_T - x_B)}{1 + k^2}$$

$$y_P = y_B + k m$$

$$x_P = x_B + m$$



SEZNAM SOUŘADNIC A VÝŠEK

Souřadnicový systém: S-JTSK

Výškový systém: Bpv

<http://bodovapole.cuzk.cz/>

Y X H m

Číslo a název bodu: **19** Hradčany, chrám sv. Víta

Druh: TB

**000914250190** 744 233,46 1 042 459,18 348,41 střed makovice 0,999903640471

(měřítko zobrazení *m* - viz obr. na str. 3 – Groma: Nástroje, Křovák, nebo podle vzorců ze skript [3])

Číslo a název bodu: **42** Dejvice, kostel sv. Matěje

Druh: TB

**000914240420** 745 528,16 1 039 747,32 312,37 střed makovice

Číslo a název bodu: **18** Střešovice, kostel sv. Norberta

Druh: TB

**000914250180** 745 838,34 1 042 134,49

Číslo a název bodu: **62** Dejvice, Bohoslovecká kolej

Druh: ZHB

**000914250620** 744 353,25 1 041 630,01 270,16 pata spodku tyče

Číslo a název bodu: **29** Vinohrady, kostel sv. Ludmily, jižní věž

Druh: TB

**000914250290** 741 885,26 1 044 499,64

Číslo a název bodu: **29.3** Vinohrady, kostel sv. Ludmily, severní věž

Druh: ZB1

741 886,69 1 044 484,20

Číslo a název bodu: **68** Petřínská rozhledna

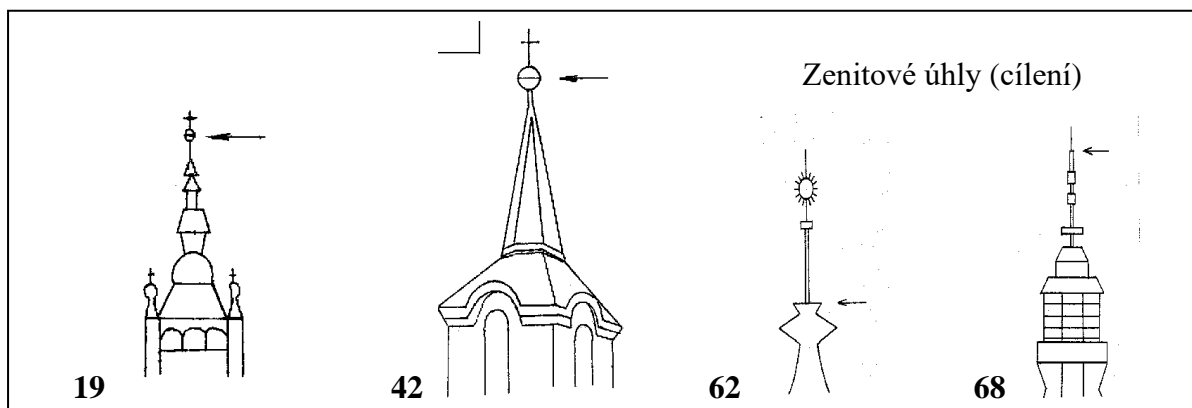
Druh: ZHB

**000914250680** 744 724,48 1 043 193,59 393,12 pata hromosvodu

Číslo a název bodu: **270** Bohnice, vodárna

Druh: ZHB

**000914242700** 741 802,56 1 037 588,47



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE  
FAKULTA STAVEBNÍ  
KATEDRA SPECIÁLNÍ GEODÉZIE  
STUDIJNÍ PROGRAM: GEODÉZIE A KARTOGRAFIE

Název předmětu

**GEODÉZIE 3**

U\_1a

Název úlohy:

SOUŘADNICE A VÝŠKA BODU

2023/2024

3. semestr

Studijní  
skupina

Zpracoval:

Datum

Klasifikace

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE  
FAKULTA STAVEBNÍ  
KATEDRA SPECIÁLNÍ GEODÉZIE  
STUDIJNÍ PROGRAM: GEODÉZIE A KARTOGRAFIE

Název předmětu

**GEODÉZIE 3**

U\_1b

Název úlohy:

SOUŘADNICE A VÝŠKA BODU

2023/2024

3. semestr

Studijní  
skupina

Zpracoval:

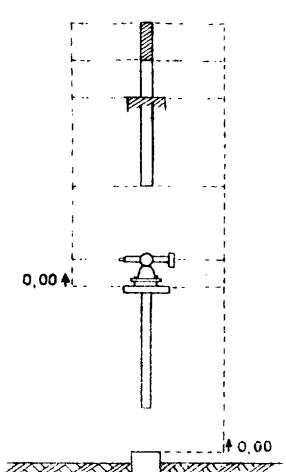
Datum

Klasifikace





# Zápisník měřených výškových úhlů.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)			(8)			
Nomenklatura: .....	Číslo a název cile	Čílová značka (nářez)	Položka dalekohledu	Skupina 1 2 Pozn.: U každého cíle měří se v pol. II. ihned po pol. I.	Součet průměr	Kontrola (I + II)			Výškový úhel Zenitová vzdálenost			
				g    c    cc	c    cc	g    c    cc			g    c    cc			
Číslo a název bodu: .....			I									
			II									
Stanovisko: .....			I									
			II									
Měřil: .....			I									
			II									
Měřeno dne: Od ..... do .....			I									
			II									
Theodolitem. ..... č. ....			I									
			II									
Theodolit postaven na .....			I									
			II									
Stav povětrnosti: .....			I									
			II									
Výšky nad stabilizačním kamenem.  			I									
			II									



# Zápisník měřených výškových úhlů

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)			(6)		(7)			(8)			
Nomenklatura: <b>1424</b>	Číslo a název cíle	Cílová značka (náčrt)	Poloha dalekohledu	Skupina 1 2			součet		Kontrola			Výškový úhel			
				Poznámka: U každého cíle se měří v pol. II. hned po pol. I.			průměr		(I + II)			Zenitový úhel			
				g	c	cc	c	cc	g	c	cc	g	c	cc	
Číslo a název bodu:  <b>1</b>	<b>19</b>		I	96	67	92	67	92	i = - 29	400	00	58	96	67	63
				303	32	72									
Stanovisko: <b>excentrická</b>	<b>42</b>		I	97	39	39	39	41	i = - 34	400	00	69	97	39	35
				302	61	11									
Měřil:	<b>42</b>		I	97	39	48	39	51	i = - 16	400	00	32	94	39	35
				302	60	90									
Měřeno dne: <b>15.10.2014</b> od <b>16:00</b> do <b>17:15</b>	<b>19</b>		I	96	68	04	68	03	i = - 30	400	00	60	96	67	43
				303	32	52									
Theodolitem <b>Theo 010B</b> č. <b>800042</b>	<b>62</b>		I	99	25	40	25	51	i = - 36	400	00	41	99	25	15
				300	75	21									
Theodolit postaven na <b>stativu</b>	<b>62</b>		I	99	25	52	25	52	i = - 22	400	00	44	99	25	30
				300	74	99									
Stav povětrnosti: <b>polojasno, bezvětrí</b>	<b>centr</b>		I	133	24	46	24	45	i = - 07	400	00	14	133	24	38
				266	75	70									
Výšky nad měřickou značkou	<b>3 - 0,129 = 2,871m</b>			I											
	<b>35 - 0,629 = 2,871m</b>			II											
Ukázka zápisu a výpočtu měřených zenitových úhlů															