TRIGONOMETRICKÉ MĚŘENÍ VÝŠKY PŘEDMĚTU

(koncové body předmětu jsou na svislici)

Poslední úprava: 14.9.2023 15:43

1. Pata předmětu přístupná úhlovému měření, ale nepřístupná měření délky.

1.1 Obecná základna (spojnice pomocných stanovisek S_1, S_2) – viz obr. 1.

a) $s_1 = d_1 \dfrac{\sin\omega_2}{\sin(\omega_1+\omega_2)} =$ $\qquad$ $v = s_1\,(\operatorname{cotg} z_1 - \operatorname{cotg} z_1') = s_1 \dfrac{\sin(z_1'-z_1)}{\sin z_1 \sin z_1'} =$

b) $s_2 = d_1 \dfrac{\sin\omega_1}{\sin(\omega_1+\omega_2)} =$ $\qquad$ $v = s_2\,(\operatorname{cotg} z_2 - \operatorname{cotg} z_2') = s_1 \dfrac{\sin(z_2'-z_2)}{\sin z_2 \sin z_2'} =$

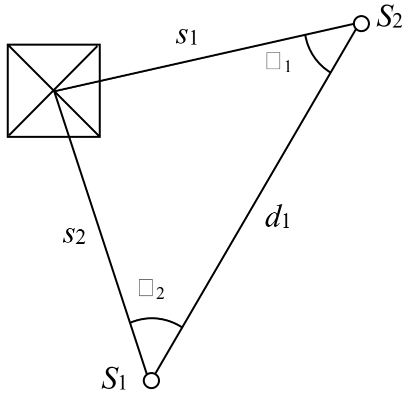
Z obou výsledků se vypočítá průměr.

1.2 Radiální základna, resp. metoda vertikálního trojúhelníku (pomocná stanoviska S_1 a S_2 leží v jedné svislé rovině společně s předmětem, jehož výška se určuje) – viz obr. 2. Postup výpočtu:

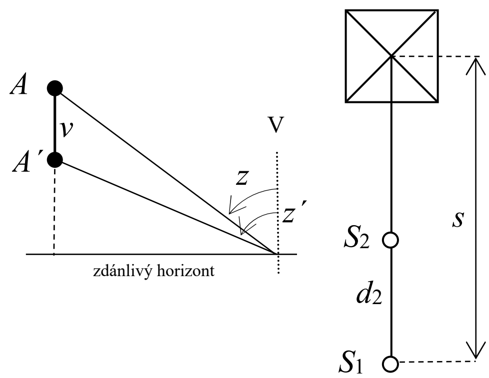
$$\boxed{v = s\,(\operatorname{cotg} z_1 - \operatorname{cotg} z_1') = (s-d_2)\,(\operatorname{cotg} z_2 - \operatorname{cotg} z_2')} \longrightarrow \text{(početní kontrola)}$$

↓ vypočte se neznámá délka

$$\boxed{s = d_2 \frac{(\operatorname{cotg} z_2 - \operatorname{cotg} z_2')}{(\operatorname{cotg} z_2 - \operatorname{cotg} z_2') - (\operatorname{cotg} z_1 - \operatorname{cotg} z_1')}}$$



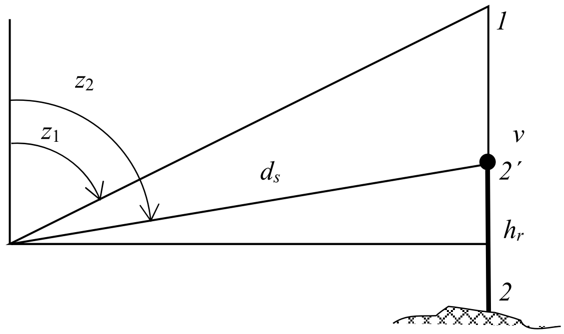
Obr. 1 Obecná základna



Obr. 2 Základna ve svislé rovině

2. Pata předmětu je přístupná měření délky.

2.1 Podle obr. 3 se snadno určí výška nepřístupného bodu *1* nad bodem *2* (body leží na svislici), jestliže byl změřen, zaprvé zenitový úhel na bod *1*, zadruhé zenitový úhel a šikmá délka d_s na střed odrazného hranolu (*2´*), který je umístěn na výtyčce na bodě *2*, nastavená výška hranolu nad terénem je h_r.



$$v = d_s \sin z_2 (\operatorname{cotg} z_1 - \operatorname{cotg} z_2) + h_r$$

Obr. 3 Nepřístupná výška

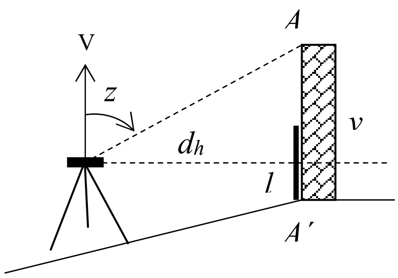
Vodorovné směry a zenitové úhly se měří ve dvou skupinách pomocí totální stanice společně s vodorovnými délkami. Záznam výsledků měření se provádí ručním zápisem do zápisníku.

Přístroje a pomůcky pro skupinu: totální stanice TC403, 2krát stativ, odrazný hranol + trn + trojnožka křída.

OBSAH ÚLOHY (jedna za skupinu): technická zpráva (obsahuje popis prací v terénu a kancelářských prací, použité přístroje, zhodnocení výsledků, datum a podpis!), adjustovaný Zápisník vodorovných směrů, zenitových úhlů a délek (psaný ručně v terénu), výpočet ručně krok za krokem v přehledných tabulkách (kalkulačka, Matlab), v nezbytné míře uvést obecný postup a vzorce, situační náčrt ve vhodném měřítku (nakreslit od ruky nebo na PC). Výška se zaokrouhluje na 3 desetinná místa.

PŘÍKLAD (k zamyšlení): Pata předmětu je přístupná měření délky. Podle obr. 4 je výška

$$v = d_h \operatorname{cotg} z + l \qquad (1)$$



Obr. 4 Nepřístupná výška (nivelační lať)

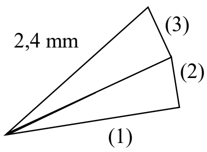
Příkladem je určení výšky budovy, sloupu, stožáru, atd. Změří se vodorovná délka d_h a zenitový úhel z (totální stanice, nebo měřické pásmo a teodolit), výška l se určí na nivelační lati (průměr z měření v obou polohách dalekohledu, kdy čtení svislého kruhu teodolitu je 100 a 300 gon). Kontrolou je určení výšky z jiného stanoviska a výsledná hodnota je průměr.

Pro představu je dále uveden v kostce postup určení přesnosti výšky (1). Přesnost vypočtené výšky je určena její směrodatnou odchylkou, která se označuje zpravidla řeckým písmenem σ a definuje se jako odmocnina z rozptylu náhodné veličiny (proměnná, její hodnota je jednoznačně určena výsledkem měření). Při měření vznikají chyby měření, jejich zdrojem je nedokonalost přístroje, měřiče a vliv prostředí. Předpokládáme, že mají pouze náhodný charakter a vzájemně nesouvisejí, jsou nekorelované. Rozptyl (variance, čtverec směrodatné odchylky) je obecně charakteristika variability náhodné veličiny. Čtverec směrodatné odchylky určované výšky (1) je podle zákona o hromadění (šíření) směrodatných odchylek (jedná se o hromadění směrodatných odchylek měření, které se přenáší na vypočtenou výšku) dán jako součet součinů čtverců parciálních derivací (1) a čtverců směrodatných odchylek měření (pravidlo: <u>směrodatné</u> <u>odchylky</u> nekorelovaných měření se <u>sčítají</u> <u>kvadraticky</u>)

$$\sigma_v^2 = (\operatorname{cotg} z)^2 \sigma_d^2 + (-d_h / \sin^2 z)^2 \ (\sigma_z / \rho)^2 + \sigma_l^2 ,$$

σ_d [mm], σ_z [mgon] a σ_l [mm], jsou směrodatné odchylky měřené délky, zenitového úhlu a čtení na nivelační lati, konstanta $\rho = 200000/\pi = 63662{,}0$ mgon.

ČÍSELNÝ PŘÍKLAD: $d_h = 30$ m, $z = 75$ gon, $\sigma_d = 5$ mm, $\sigma_z = 1{,}5$ mgon, $\sigma_l = 1$ mm. Po dosazení číselných hodnot je rozptyl



$$\sigma_v^2 = (0{,}41421)^2 \cdot 5^2 + (30 \cdot 10^3 / 0{,}92388^2)^2 \cdot (1{,}5 / 63662{,}0)^2 + 1^2 =$$
$$= \underbrace{4{,}289}_{(1)^2 \ldots \text{v. délky}} + \underbrace{0{,}686}_{(2)^2 \ldots \text{v. úhlu}} + \underbrace{1}_{(3)^2 \ldots \text{v. niv.}} ,$$
$$\sigma_v = 2{,}4 \text{ mm}.$$

Můžeme řešit i obrácenou úlohu, a to určit směrodatné odchylky jednotlivých měření na základě předem dané směrodatné odchylky určované výšky. Tuto úlohu lze jednoznačně řešit tak, že se obvykle zvolí podmínka, aby se jednotlivé složky (součin čtverce parciální derivace a čtverce směrodatné odchylky měření) podílely stejně na směrodatné odchylce výšky (princip stejného vlivu). Pro náš příklad určované výšky platí

$$(\operatorname{cotg} z)^2 \sigma_d^2 = (-d_h / \sin^2 z)^2 \ (\sigma_z / \rho)^2 = \sigma_l^2 = \frac{1}{3} \sigma_v^2$$

a dále pro požadované $\sigma_v = 5$ mm, je

$$\sigma_d = \frac{\sqrt{3}}{3} \sigma_v \operatorname{tg} z = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 5 \cdot 2{,}414 = 7 \text{ mm (pásmo)},$$

$$\sigma_z = \frac{\sqrt{3}}{3} \rho \frac{\sin^2 z}{d_h} \sigma_v = \frac{\sqrt{3}}{3} \rho \frac{0{,}854}{30 \cdot 10^3} \cdot 5 = 5{,}2 \text{ mgon (minutový teodolit)}, \ \sigma_l = \frac{\sqrt{3}}{3} \sigma_v = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 5 = 3 \text{ mm}.$$

<table>
<tr><td colspan="6">ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STAVEBNÍ
KATEDRA SPECIÁLNÍ GEODÉZIE
STUDIJNÍ PROGRAM: GEODÉZIE A KARTOGRAFIE</td></tr>
<tr><td colspan="6">Název předmětu
GEODÉZIE 3</td></tr>
<tr><td>Úloha
U_2</td><td colspan="5">Název úlohy:
V Ý Š K A P Ř E D M Ě T U</td></tr>
<tr><td>2023/2024</td><td>3. semestr</td><td>Studijní skupina</td><td>Zpracoval:</td><td>Datum</td><td>Klasifikace</td></tr>
</table>

Str.:

Zápisník vodorovných směrů, zenitových vzdáleností, dálkoměrných úhlů a délek

Polygonový pořad č. ....

Při protínání:

stanovisko: ....

cíl: ....

Měřil:

.... dne 19

viditelnost ....

Polohopis:

S

Teodolit

Inv. lať .... m č. ....

Pásmo .... m č. ....

Latě .... m č. ....

Zapsal: ....

Vypočetl: ....

Kontroloval: ....

Poznámka:

Stanovisko číslo	Stanovisko výška stroje	Směr na bod č.	Poloha	Vodorovné směry: 1. skupina	Vodorovné směry: Průměr prostý reduk.	Vodorovné směry: 2. skupina	Vodorovné směry: Průměr prostý reduk.	$\frac{(6)+(8)}{2}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
			I					
			II					
			I					
			II					
			I					
			II					
			I					
			II					
			I					
			II					
			I					
			II					
			I					
			II					
			I					
			II					
			I					
			II					

Zenitové vzdálenosti z: Výška cílové značky	Poloha	Zápis	z	Dálkoměrné úhly δ: lať	Měření 1 2	Měření 3 4	Průměr z(p-l) δ	Vodorovné vzdálenosti
(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)
	I			l				
	II			p				
	Σ			p-l				
	I			l				
	II			p				
	Σ			p-l				
	I			l				
	II			p				
	Σ			p-l				
	I			l				
	II			p				
	Σ			p-l				
	I			l				
	II			p				
	Σ			p-l				
	I			l				
	II			p				
	Σ			p-l				
	I			l				
	II			p				
	Σ			p-l				
	I			l				
	II			p				
	Σ			p-l				
	I			l				
	II			p				
	Σ			p-l				

Geodézie č. 4.06-1983

Vytiskl Zeměměřický ústav, Praha